ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

Теория, математическое моделирование и прогнозирование развития рынка (3. Отраслевой рынок)

Юрий Машунин

Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток, Россия

Информация о статье
Поступила в редакцию:
16.03.2017
Принята к опубликованию:
22.12.2017

УДК 51–77

JEL C61

Ключевые слова:
рынок, спрос, предложение, модель рынка, векторная оптимизация, моделирование, прогнозирование, принятие решений.

Keywords:
market, demand, supply, market model, vector optimization, modeling, forecasting, decision making.

Аннотация
Настоящая работа является дальнейшими исследованиями автора в области моделирования и прогнозирования развития рыночной экономики (отрасли).
Цель данной работы состоит в исследовании математической модели рынка, в которой отражена целенаправленность каждого производителя (фирмы) и каждого потребителя. На основе математической модели, построена численная модель в виде векторной задачи линейного программирования, включающая четырех производителей, каждый из которых выпускает два вида продукта, и четырех потребителей этих продуктов. Решение векторной задачи основано на нормализации критериев и принципе гарантированного результата. Векторная задача решалась с различными целями на годовой период планирования (годовой прогноз). Во-первых, решение с учетом целенаправленности всех участников рынка в совокупности, что характеризует социалистический способ производства. Во-вторых, решение с учетом целенаправленности всех только производителей, что характеризует капиталистический способ производства. В-третьих, решение с учетом целенаправленности всех потребителей, что характеризует рабовладельческий способ производства.

DOI: https://dx.doi.org/10.24866/2311-2271/2018-3/5-23

Theory, mathematical modeling and forecasting of market development (3. Industry of the market)
Yury Mashunin

Abstract
This work is further research of the author in the field of modeling and forecasting the development of a market economy (industry). The purpose of this work is to study the mathematical model of the market, which reflects the focus of each manufacturer (firm) and each consumer. Based on the mathematical model, a numerical model is constructed in the form of a vector problem of linear programming, which includes four manufacturers, each of which produces two types of products, and four consumers of these products. The solution of the vector problem is based on the normalization of the criteria and the principle of guaranteed result. The vector problem was solved with different goals for the annual planning period (annual forecast). Firstly, the decision, considering the focus of all market participants in the aggregate, which characterizes the socialist mode of production. Secondly, the decision, considering the goal-directedness of all producers, which characterizes the capitalist mode of production. Thirdly, the decision considering the goal-directedness of all consumers, which characterizes the slave-owning mode of production.

Введение

Данная статья – продолжение исследования [1, 2], связанного с математическим моделированием и прогнозированием развития рынка и, как следствие, принятием оптимальных решений по его развитию. Вопросам построения модели рынка уделяется большое внимание в развитых странах мира [3–11].

Цель работы состоит в построении численной модели, в которой возможно вести моделирование (прогнозирование) рынка с учетом целенаправленности как совокупности всех производителей и потребителей, так и отдельно всех производителей и всех потребителей. Решение поставленных задач направлено на оценку различных способов производства.

Для достижения поставленной цели сначала была сформирована математическая модель рынка, отражающая целенаправленность каждого производителя и потребителя [1, 2, 7]. Затем на её основе была построена численная модель в виде векторной задачи линейного программирования (ВЗЛП), включающая четырех производителей, каждый из которых выпускает два вида продукта, и четырех потребителей этих продуктов. Решение векторной задачи основано на нормализации критериев и принципе гарантированного результата. ВЗЛП решалась на годовой период планирования (годовой прогноз), во-первых, с учетом целенаправленности всех участников рынка в совокупности (Социалистический способ производства), во-вторых, с учетом целенаправленности всех только производителей (Капиталистический способ производства), и, в-третьих, с учетом целенаправленности всех потребителей (Рабовладельческий способ производства).

Математическая модель рынка, отражающая целенаправленность всех производителей и всех потребителей (теория)

В соответствии с [1, 2]:

Рынок представляет собой систему экономических взаимоотношений между производителями продукции и потребителями, определяемую свободными ценами на товар в зависимости от спроса и предложения. Структура рынка представлена на рис. 1.

Первая подсистема рынка представлена Q производителями как $q = \overline{1,Q}$,

где Q – число, q – индекс, а $\boldsymbol{Q}$ – множество индексов производителей (фирм) $\boldsymbol{Q} = \overline{1,Q}$. Вторая подсистема представлена L потребителями продукта отрасли $l = \overline{1,L}$, где l – индекс, L – число, $\boldsymbol{L}$ – множество потребителей. Третья, связующая подсистема – товар.

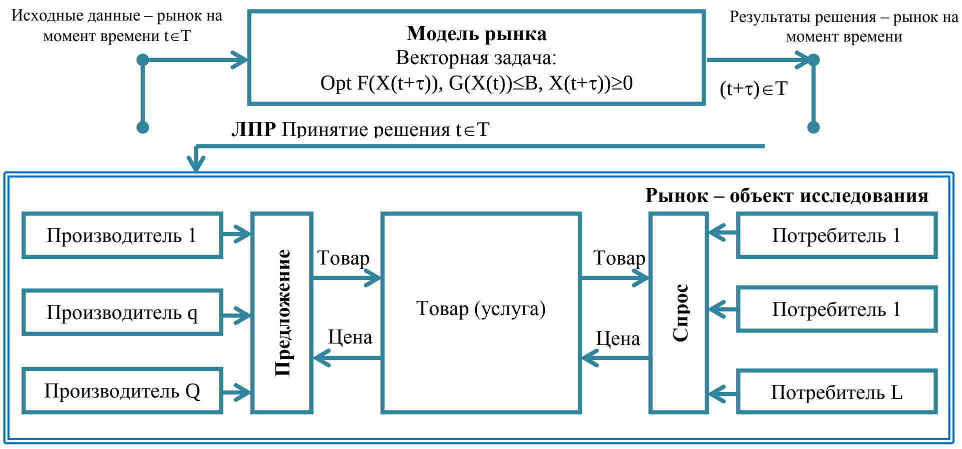

Рис. 1. Схема рынка и взаимосвязь с моделью

Математическая модель рынка по своему функциональному назначению отражает целенаправленность всех участников рынка в совокупности (Q производителей и L потребителей). Как следует из [1, 2], такая целенаправленность с учетом финансовых и ресурсных ограничений представлена в виде векторной задачи математического программирования (ВЗМП):

$$opt\ F(X) = \{max\ F_1(X)=\{max\ f_q(X) = \sum_{l=1}^{L} p_q x_{ql},\ q=\overline{1,Q}, \tag{1}$$

$$min\ F_2(X)=\{min\ f_l(X) = \sum_{q=1}^{Q} c_q x_{ql},\ \ l=\overline{1,L}\}, \tag{2}$$

$$max\ f_{\Sigma q}(X^o)= \sum_{q=1}^{Q} \sum_{l=1}^{L} p_{ql}\, x_{ql}, \tag{3}$$

$$min\ f_{\Sigma l}(X^o)= \sum_{l=1}^{L} \sum_{q=1}^{Q} c_q x_{ql}\}, \tag{4}$$

$$b_l^{\min} \le \sum_{q=1}^{Q} c_q x_{ql} \le b_l^{\max},\ l=\overline{1,L}, \quad (5)$$

$$\sum_{l=1}^{L} a_q x_{ql} \le b_q,\ q=\overline{1,Q}, \quad (6)$$

$$a_q \le c \le c^{max},\ x_{ql} \ge 0,\ q=\overline{1,Q},\ l=\overline{1,L}, \quad (7)$$

где $X(t)=\{x_{ql}(t),\ q=\overline{1,Q};\ l=\overline{1,L}\}$ – вектор переменных, определяющий объемы продукта, произведенные q-м производителем (фирмой) и купленные l-м потребителем; $F(X)$ – векторная целевая функция (векторный критерий), отражающая цели всех производителей и потребителей.

Цель любого производителя – продать как можно больше товара по наиболее высокой цене для получения максимально высокой прибыли. Математическая модель производителя, как составная часть модели рынка, представлена задачей линейного программирования:

$$\forall q \in Q\ \max f_q(X)=\sum_{l=1}^{L} p_q x_{ql}, \quad (8)$$

при ограничениях

$$\sum_{l=1}^{L} a_q x_{ql} \le b_q,\ \forall q \in Q, \quad (9)$$

$$x_{ql} \ge 0,\ q=\overline{1,Q},\ l=\overline{1,L}, \quad (10)$$

где c_q – стоимость единицы товара, установленная q-й фирмой на рынке;
$c_q x_{ql}$ – объем денежных средств, полученных q-й фирмой на рынке от l-го потребителя;
$f_q(X)=\sum_{l=1}^{L} c_q x_{ql}$, – величина, которая характеризует объем денежных средств, полученных q-й фирмой на рынке от всех потребителей;
$i=\overline{1,M}$ – индекс и множество $\boldsymbol{M}$ всех видов ресурсов, которые используются при производстве продукции q-й фирмой;
a_{iq}, $i=\overline{1,M}_{mat}$ – затраты i-го ресурса на единицу продукции, выпущенного q-й фирмой $M_{mat} \subset \boldsymbol{M}$;
$p_q=(c_q - a_q)$ – прибыль, получаемая при производстве единицы продукции q-м производителем.

Цель любого потребителя – купить необходимый объем товара по наиболее возможно низкой цене и с наиболее высоким качеством. Математическая модель потребителя, как составная часть модели рынка, представлена задачей линейного программирования:

$$\forall l \in L\ \min f_l(X)=\sum_{q=1}^{Q} c_q x_{ql}, \quad (11)$$

при ограничениях

$$b_l^{\min} \le \sum_{q=1}^{Q} c_q x_{ql} \le b_l^{\max},\ l=\overline{1,L}, \tag{12}$$

$$x_{ql} \ge 0,\ q=\overline{1,Q},\ l=\overline{1,L}, \tag{13}$$

где $b_l^{\min}$, $b_l^{\max}$, $l=\overline{1,L}$ – минимальный и максимальный объемом финансовых средств, которые потребитель может выделить на покупку продукта от различных фирм.

При покупке продукта основополагающими действиями потребителя – «покупать – не покупать» являются: величина цены c_q, установленная q-м производителем - потребитель стремится выбрать тот товар, у которого c_q, $\forall q\in Q$ как можно меньше; набор характеристик товара: качество, место расположения продажи, время доступа, реклама и т. д.

Заметим, что модель потребителя (5) – (7) является линейным отображением функции спроса на товар «*x*» [1, 2, 5, 6]:

$$\theta_x^d = f(c_x, c_y, b_x, h_x), \tag{14}$$

где θ_x^d – количество приобретенного товара «*x*»;
c_x – цена этого товара;
c_y – цена взаимозаменяющего товара;
b_x – доход (бюджетные ограничения);
h_x – значение любой другой переменной, влияющей на спрос (затраты на рекламу, численность населения, качество продукции, транспортные расходы и другие потребительские ожидания) [1, 4, 5].

При увеличении количества факторов в (14) оптимизационная задача (11) – (13) становится нелинейной задачей математического программирования. Совокупность целей всех потребителей представлена подмножеством критериев $F_2(X)$, $L\subset K$.

В математической модели рынка критерии (3), (4) – это системные критерии, определяющие совокупное предложение и спрос соответственно;
c_q, x_{ql}, $q=\overline{1,Q}$, $l=\overline{1,L}$ – управляющие переменные, которые представлены в задаче произведением, если c_q лежит в пределах (7), задача векторной оптимизации (1) – (7) не линейна, если c_q – const, задача векторной оптимизации (1) – (7) линейна и для ее решения используются стандартные методы решения задачи линейного программирования.

Задача (1) – (7) представляет собой математическую модель рынка, учитывающую целенаправленность всех участников рынка на дискретный период $t\in\boldsymbol{T}$. Для решения векторной задачи линейного программирования (8) – (14) используются методы, основанные на нормализации критериев и принципе гарантированного результата, которые дают возможность решать задачи при равнозначных критериях и заданном приоритете критерия [7, 10].

В результате решения векторной задачи линейного программирования (8) – (14) – модели продуктового рынка, получим:

– точку оптимума $X^o=\{x^o_{ql},\ q=\overline{1,Q},\ l=\overline{1,L}\}$ – объемов продуктов, произведенного и проданного каждым производителем каждому потребителю за период времени $t\in\boldsymbol{T}$ (верхний индекс, буква «о» – *optimum)*;

– величины целевых функций $f_k(X^o)$, $k=\overline{1,K}$, $K=Q\cup L$, в том числе $f_q(X^o)$, $q=\overline{1,Q}$ определяют доходы каждого производителя; $f_l(X^o)$, $l=\overline{1,L}$ определяют затраты каждого покупателя;

– суммарный объем продаж всех производителей и финансовых затрат всех потребителей, которые равны между собой:

$$f_{\Sigma q}(X^o)=\sum_{q=1}^{Q}\sum_{l=1}^{L}(p_{ql}+a_{ql})x^o_{ql}=f_{\Sigma l}(X^o)=\sum_{l=1}^{L}\sum_{q=1}^{Q}c^0x^o_{ql}, \tag{15}$$

суммарное предложение $f_{\Sigma q}(X^o)$ равно суммарному спросу $f_{\Sigma l}(X^o)$. Заметим, что состояние рынка – X^o, при котором спрос равен предложению, называется равновесным, а цена – c^0, при которой достигается равенство спроса и предложения, называется равновесной ценой;

– нормализованные величины целевых функций:

$$\lambda_k(X^o)=(f_k(X^o)-f^o_k)/(f^*_k-f^o_k),\ k=\overline{1,K}, \tag{16}$$

где f^*_k – наилучшее решение по $k\in K$ критерию, f^o_k - наихудшее соответственно, $K=Q\cup L$ – множество критериев;

– максимальную относительную оценку λ^o, которая является максимальным нижним уровнем, до которого подняты обоюдные интересы всех производителей и потребителей в относительных оценках $\lambda_k(X^o)$. Другими словами, λ^o является результатом в относительных единицах, который гарантирует, что в полученной оптимальной точке X^o все критерии (оценки производителей и потребителей), измеренные в относительных единицах, равны или лучше λ^o:

$$\lambda^o\le\lambda_k(X^o),\ k=\overline{1,K},\ X^o\in\mathbf{S}. \tag{17}$$

Любое увеличение интересов (критерия) производителя или потребителя приводит к ухудшению положения оставшихся участников рынка (производителей и потребителей).

Вектор-функция $F_1(X)=\{f_q(X^o),\ q=\overline{1,Q}\}$ (18)

представляет собой вектор-функцию предложения, а вектор-функция

$$F_2(X)=\{f_l(X^o),\ f_l(X^o),\ l=\overline{1,L}\} \tag{19}$$

представляет вектор-функцию спроса.

Векторная задача математического программирования (1) – (7) представляет собой математическую модель рынка и предназначена для моделирования поведения всех участников рынка при условии «что, если». Статистические (регрессионные) модели, например, «развитие спроса» [1], дают прогноз, что будущий спрос наиболее вероятен, если потребитель и производитель будут вести себя (принимать решения) так же, как в прошедший период. В математической модели рынка, в отличие от статистических моделей, можно изменять условия: производственные мощности производителя (6), финансовые возможности потребителя (5) и т.д. Из полученного множества решений лицом, принимающим решения (ЛПР), выбирается единственное, которое и является прогнозом развития рынка.

Принципиальное отличие модели рынка от общепринятых агрегированных моделей спроса-предложения, как в РФ, так и за рубежом [3–6] состоит в том, что модель учитывает цели и каждого участника рынка, и каждого потребителя, что не делает ни одна математическая модель рынка.

Математическое моделирование и прогнозирование развития рынка (Социалистический способ производства)

Математическое моделирование и прогнозирование развития рынка представлено на численном примере отрасли сельского хозяйства и включает несколько этапов:

- формирование исходных данных отрасли (сельского хозяйства);
- построение численной модели отраслевого рынка (сельского хозяйства);
- решение векторной задачи – модели отраслевого рынка;
- принятие оптимального решения по модели рынка (прогноз).

Исходные данные модели отрасли (сельского хозяйства). Рассматривается отрасль сельского хозяйства, математическая модель которой представлена векторной задачей математического программирования (1) – (7).

Дано: рассматривается отрасль сельского хозяйства, включающая четыре предприятия, выпускающих два вида продукции. Экономические показатели производства представлены в табл. 1.

На основе маркетинговых исследование условно выделили 4 группы потребителей: пенсионеры, студенты, дети, работающее население. Каждая группа потребляет два вида продуктов: первая – (1, 5), вторая – (2, 6), третья – (3, 7), четвертая – (4, 8).

Таблица 1

Экономические показатели отрасли сельского хозяйства

№	Объём продукции, тыс. кг.		Производитель	Продукция (1 кг.)		
				Стоимость, руб.	***Затраты, руб.***	***Прибыль, руб.***
1	Соевое масло	x_1	«ОАО ДДАПК»	120	70	50
2	Измельченная соя	x_2	«ОАО ДДАПК»	100	50	50
3	Гречневая крупа	x_3	«ООО ММАДВ»	140	80	60
4	Гречневая крупа быстрого приготовления	x_4	«ООО ММАДВ»	100	50	50
5	Рис длиннозерный	x_5	«ОАО МИПК»	130	84	46
6	Рисовая мука	x_6	«ОАО МИПК»	150	90	60

7	Картофель x_7	«ООО АГРОПК»	70	30	40
8	Картофель для микроволновой печи x_8		80	48	32

Связь спроса и предложения решена следующим образом.

Спрос определяется максимальной суммой, которую могут выделить четыре группы потребителей на свои покупки: $b_1^{\max}$ = 280 000, $b_2^{\max}$ = 380 000, $b_3^{\max}$ = 330 000, $b_4^{\max}$ = 380 000; минимальной суммой, которая необходима для минимального потребления продукта: $b_1^{\min}$ = 160 000, $b_2^{\min}$ = 220 000, $b_3^{\min}$ = 200 000, $b_4^{\min}$ = 240 000.

Предложение определяется объемом финансовых средств, который фирма может выделить для изготовления своей продукции: b_1= 280 000, b_2= 380 000, b_3= 330 000, b_4= 380 000. Модель может быть использована при других взаимоотношениях спроса и предложения.

Требуется построить оптимизационную модель рынка и рассчитать объемы спроса и предложения

Построение математической модели рынка. В качестве неизвестного примем вектор $X=\{x_j, j=\overline{1,N}\}$, каждая компонента которого характеризует объем продукции, произведенной и потребляемой рынком. Соответствие названия продукта и переменной представлено в табл. 1. Математическую модель отраслевого рынка (1) – (7) с четырьмя потребителями и производителями (модель 4*4) представим в виде векторной задачи линейного программирования:

$opt\ F(X) =\{\ max\ F_1(X)=\{max\ f_1(X) = 50x_1 + 50x_2,$ (1.1)

$max\ f_2(X) = 60x_3+ 50x_4,$ (1.2)

$max\ f_3(X) = 46x_5 + 60x_6,$ (1.3)

$max\ f_4(X) = 40x_7+ 32x_8\},$ (1.4)

$min\ F_2(X) =\{min\ f_5(X) = 120x_1 + 130x_5,$ (2.1)

$min\ f_6(X) = 100x_2+ 150x_6,$ (2.2)

$min\ f_7(X) = 140x_3 + 70x_7,$ (2.3)

$min\ f_8(X) = 100x_4+ 80x_8\},$ (2.4)

$max\ f_{\Sigma q}(X^o) = 50x_1 + 50x_2 + 60x_3 + 50x_4 + 46x_5 + 60x_6 + 40x_7+ 32x_8,$ (3.1)

$min\ f_{\Sigma l}(X^o) = 120x_1 + 100x_2 + 140x_3 + 100x_4+ 130x_5 + 150x_6 + 70x_7 + 80x_8,$ (4.1)

при ограничениях

$160000 \le 120x1 + 130x5 \le 280000,$ (5.1)

$220000 \le 100x2+ 150x6 \le 380000,$ (5.2)

$200000 \le 140x3 + 70x7 \le 330000,$ (5.3)

$240000 \le 100x4 + 80x8 \le 380000,$ (5.4)

$70x1+ 50x2 \le 280000,$ (6.1)

$80x3+ 50x4 \le 380000,$ (6.2)

$84x5+ 90x6 \le 330000,$ (6.3)

$30x_7+ 48x_8 \le 380000,$ (6.4)

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \ge 0,$ (7.1)

где (1.1) – (1.4) – цели четырех производителей – соответствуют векторному критерию (1) математической модели рынка (1) – (7);
(2.1) – (2.4) – цели четырех потребителей – соответствуют векторному критерию (2);
(3.1), (4.1) – системные критерии, определяющие совокупное предложение и спрос – соответствуют критериям (3), (4);
(5.1) – (5-4) – ограничения по финансам четырех потребителей – соответствуют (9) – (12);
(6.1) – (6.4) – ограничения по производственным возможностям производителей – соответствуют (13) – (16).

Решение векторной задачи – модели отраслевого рынка. *Решение задачи линейного программирования* (1) – (7) показано в системе *Matlab* в соответствии с алгоритмом решения ВЗЛП на основе нормализации критериев и принципа гарантированного результата. Алгоритм представлен как последовательность шагов.

Шаг 1. Решение по каждому критерию – наилучшее.

Решение по первому критерию представляет обращение к функции […]=*linprog(...)*, решающей задачу линейного программирования.

В результате решения получим следующее.

Критерий 1. Оптимальные значения переменных:
X_1^* = {x_1=1285.7, x_2=3800, x_3=959.4, x_4=1654.4, x_5=749.27, x_6=0.0, x_7=1807.9, x_8=1788.1}; оптимальное значение целевой функции в этой точке: f_1^* =254290.

Аналогично по остальным критериям.

Критерий 2.

X_2^* ={x_1=531.3, x_2=2380.5, x_3=2357.1, x_4=3800, x_5=1284.7, x_6=498.4, x_7=0, x_8=0}, f_2^* = 331430.

Критерий 3.

X_3^* ={x_1=750.5, x_2=0.0, x_3=920.2, x_4=1591.9, x_5=1214.3, x_6=2533.3, x_7= 21894.4, x_8=1871.8}, f_3^* =207860.

Критерий 4.

X_4^* ={x_1=526.9, x_2=2394.6, x_3=0, x_4=0, x_5=1289.5, x_6=489.7, x_7=4714.3, x_8=4750}, f_4^* =340580.

Критерий 5.

X_5^* ={x_1=193.6, x_2=2616.7, x_3=856, x_4=1452.5, x_5=1052, x_6=350.7, x_7=1973.2, x_8=2006.1}, f_5^* =160000.

Критерий 6.

X_6^* ={x_1=230.5, x_2=1961, x_3=796.6, x_4=1465, x_5=1572.8, x_6=159.3, x_7=2081.1, x_8=1981.7}, f_6^* =220000.

Критерий 7.

X_7^*={x_1=343.4, x_2=2559, x_3=963.3, x_4=1306.4, x_5=1462.1, x_6=383.3, x_7=1024.6, x_8=2192.6}, f_7^* =200000.

Критерий 8.

X_8^*={x_1=432.8, x_2=2491.8, x_3=1004.5, x_4=1444.6, x_5= 1379.1, x_6= 427.7, x_7= 1657.1, x_8=1194.2}, f_8^* =240000.

Критерий 9.

X_9^*={x_1=1285.7, x_2=3800, x_3=0, x_4=3800, x_5=967, x_6=0.0, x_7=4714.3, x_8=0}, f_9^* =677340.

Критерий 10.

X_{10}^*={x_1=126.2, x_2=1993.2, x_3=878.7, x_4=1348.8, x_5=1114.3, x_6=137.9, x_7=1099.8, x_8=1314.1}, f_{10}^* =820000.

Шаг 2. Решение по каждому критерию – наихудшее:

f_1^o = 0.0, f_2^o = 0.0, f_3^o = 0.0, f_4^o = 0.0, f_5^0 = 280000,

f_6^0 = 380000, f_7^0 = 330000, f_8^0 = 380000, f_9^0 = 326330, f_{10}^0 = 1370000.

Шаг 3. Выполняется системный анализ критериев в ВЗЛП, для чего в оптимальных точках $X_1^*,\ldots,\ X_{10}^*$ определяются величины целевых функций $F(X^*)=\{\{f_q(X_k^*),\ k=\overline{1,\mathrm{K}}\},\ q=\overline{1,\mathrm{K}}\}$ и относительных оценок $\lambda(X^*)=\{\{\lambda_q(X_k^*),\ k=\overline{1,\mathrm{K}}\},\ q=\overline{1,\mathrm{K}}\}$.

$$F(X^*)=\begin{vmatrix} f_1(X_1^*),\ldots,\ f_{10}(X_1^*) \\ f_1(X_{10}^*),\ldots,\ f_{10}(X_{10}^*) \end{vmatrix}=\begin{Vmatrix}
-254300 & -140300 & -034500 & -129500 & 251700 & 380000 & 260900 & 308500 & -558600 & 1201000 \\
-145600 & -331400 & -89000 & -0 & 230800 & 312800 & 330000 & 380000 & -566000 & 1253600 \\
-37500 & -134800 & -207900 & -135700 & 247900 & 380000 & 261400 & 308900 & -515900 & 1198300 \\
-146100 & -0 & -88700 & -340600 & 230900 & 312900 & 330000 & 380000 & -575300 & 1253800 \\
-140500 & -124000 & -69400 & -143100 & 160000 & 314300 & 258000 & 305700 & -477100 & 1038000 \\
-109600 & -121000 & -81900 & -146700 & 232100 & 220000 & 257200 & 305000 & -459200 & 1014400 \\
-145100 & -120300 & -90300 & -111100 & 031300 & 313400 & 0 & 306000 & -466800 & 1050700 \\
-146200 & -132500 & -89100 & -104500 & 231200 & 313300 & 256600 & 240000 & -472300 & 1041200 \\
-254300 & -190000 & -44500 & -188600 & 231300 & 380000 & 330000 & 380000 & -677300 & 1370000 \\
-106000 & -120200 & -59500 & -086000 & 160000 & 220000 & 200000 & 240000 & -371700 & 820000
\end{Vmatrix}$$

Определяются отклонения $d_k=f_k^*-f_k^o$, $k=\overline{1,K}$:

D = [d_1=254290, d_2=331430, d_3=207860, d_4=340570, d_5=-120000, d_6=-160000, d_7=-130000, d_8=-140000, d_9=351010 d_{10}=-550000];

относительные оценки $\lambda_k(X)=\dfrac{f_k(X(t))-f_k^0}{f_k^*-f_k^0}$, $k=\overline{1,K}$.

$$\lambda(X^*)=\begin{vmatrix} \lambda_1(X_1^*),\ldots,\ \lambda_{10}(X_1^*) \\ \lambda_1(X_{10}^*),\ldots,\ \lambda_{10}(X_{10}^*) \end{vmatrix}=\begin{Vmatrix}
-1.0000 & 0.4233 & 0.1658 & 0.3804 & 0.2360 & -0.0000 & 0.5318 & 0.5108 & 0.6616 & 0.3072 \\
0.5725 & 1.0000 & 0.4282 & 0.0000 & 0.4103 & 0.4199 & 0.0000 & 0.0000 & 0.6828 & 0.2117 \\
0.1476 & 0.4067 & 1.0000 & 0.3984 & 0.2673 & 0.0000 & 0.5274 & 0.5076 & 0.5400 & 0.3122 \\
0.5745 & 0.0000 & 0.4267 & 1.0000 & 0.4095 & 0.4192 & -0.0000 & 0.0000 & 0.7094 & 0.2113 \\
0.5526 & 0.3741 & 0.3340 & 0.4202 & 1.0000 & 0.4108 & 0.5541 & 0.5304 & 0.4294 & 0.6037 \\
0.4309 & 0.3652 & 0.3941 & 0.4306 & 0.3989 & 1.0000 & 0.5600 & 0.5354 & 0.3785 & 0.6466 \\
0.5707 & 0.3630 & 0.4342 & 0.3264 & 0.4059 & 0.4163 & 1.0000 & 0.5283 & 0.4002 & 0.5805 \\
0.5751 & 0.3998 & 0.4287 & 0.3068 & 0.4065 & 0.4166 & 0.5644 & 1.0000 & 0.4160 & 0.5978 \\
1.0000 & 0.5733 & 0.2140 & 0.5537 & 0.4059 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 & 1.0000 & -0.0000 \\
0.4167 & 0.3625 & 0.2864 & 0.2526 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 0.1293 & 1.0000
\end{Vmatrix}$$

,

Шаг 4. Строится и решается λ-задача.

$\lambda^o = max\ \lambda,$ (20)

при ограничениях

$\lambda - (50x_1 + 50x_2 - f_1^0)/d_1 \le 0,\ \lambda - (60x_3 + 50x_4 - f_2^0)/d_2 \le 0,$ (21)

$\lambda - (46x_5 + 60x_6 - f_3^0)/d_3 \le 0,\ \lambda - (40x_7 + 32x_8 - f_4^0)/d_4 \le 0,$ (22)

$\lambda - (120x_1 + 130x_5 - f_5^0)/d_5 \le 0,\ \lambda - (100x_2 + 150x_6 - f_6^0)/d_6 \le 0,$ (23)

$\lambda - (140x_3 + 70x_7 - f_7^0)/d_7 \le 0,\ \lambda - (100x_4 + 80x_8 - f_8^0)/d_8 \le 0,$ (24)

$160000 \le 120x_1 + 130x_5 \le 280000,\ 220000 \le 100x_2 + 150x_6 \le 380000,$ (25)

$200000 \le 140x_3 + 70x_7 \le 330000,\ 240000 \le 100x_4 + 80x_8 \le 380000,$ (26)

$70x_1 + 50x_2 \le 280000,\ 80x_3 + 50x_4 \le 380000,$ (27)

$84x_5 + 90x_6 \le 330000,\ 30x_7 + 48x_8 \le 380000,$ (28)

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \ge 0.$ (29)

Результаты решения λ-задачи (18) – (32):
оптимальные значения переменных: $\boldsymbol{X^o}=\{x_0= 0.4627,\ x_1=636.5,\ x_2=1754.1,\ x_3=0,\ x_4=3067.3,\ x_5=1055.6,\ x_6= 812,\ x_7=3854.9,\ x_8=106.1\}$;
оптимальное значение целевой функции: $\lambda^o = 0.4627$.

Принятие оптимального решения (прогноз развития рынка). В результате решения векторной задачи линейного программирования (1) – (7) – математической модели отраслевого рынка и соответствующей λ-задачи (20) – (29), мы получили прогноз развития рынка на период в один год, который включает следующие данные:

1) *Объем производства и потребления отрасли* в натуральных показателях:
$X^o=\{x_1=636.5,\ x_2=1754,\ x_3=0,\ x_4=3067.3,\ x_5=1055.6,\ x_6= 812,\ x_7=3854.9,\ x_8=106\}$.

2) *Объем производства в денежных единицах, который включает в себя:*

− объем прибыли, полученный всеми производителями:
$F_Q(X^o)=\{ f_1(X^o)= 119500,\ f_2(X^o)= 153400,\ f_3(X^o)= 97300,\ f_4(X^o)= 157600\}$;

− объем затрат, понесенных всеми потребителями:
$F_L(X^o)=\{f_5(X^o)= 213600,\ f_6(X^o)= 297200,\ f_7(X^o)= 269800,\ f_8(X^o)= 315200\}$;

− Суммарный объем прибыли всех производителей $f_9(X^o)= 527800$;

− Суммарный объем затрат всеми потребителей $f_{10}(X^o)= 1095900$;

− Расчет ресурсов по отдельным предприятиям:
$R=\{r_1(X^o)= 2136100,\ r_2(X^o)= 2972100,\ r_3(X^o)= 2698400,\ r_4(X^o)= 3152200\}$;

− Суммарные затраты ресурсов по всем предприятиям SumR =1664000;

3) *Объем производства в относительно оптимальных значениях:*

$\lambda(X^o)=\{\lambda_1(X^o)=0.4701,\ \lambda_2(X^o)=0.4627,\ \lambda_3(X^o)=0.4680,\ \lambda_4(X^o)=0.4627,$
$\lambda_5(X^o)=0.5532,\ \lambda_6(X^o)=0.5174,\ \lambda_7(X^o)=0.4627,\ \lambda_8(X^o)=0.4627,$
$\lambda_9(X^o)=0.5739,\ \lambda_{10}(X^o)=0.4984\}.$ (30)

Эти результаты показывают, что в точке X^o второй, четвертый, седьмой, восьмой критерии в относительных единицах достигли уровня $\lambda^o= 0.4627$, а остальные – больше этого уровня. Любое увеличение одного из критериев выше уровня λ^o приводит к уменьшению другого критерия, т.е. максимальный относительный уровень λ^o= 0.4627 – это гарантированный результат, и соответственно, точка X^o оптимальна по Парето.

Изменяя исходные данные и, используя результаты решения (30), можно выполнять прогноз развития рынка на любой период развития.

С социальной точки зрения математическая модель рынка потребителей (1) – (7) реализует при равнозначном значении цели всех производителей и потребителей в совокупности, т.е. эта модель соответствует социалистическому способу производства.

Математическое моделирование и прогнозирование развития рынка (Капиталистический способ производства)

Математическое моделирование и прогнозирование развития рынка представим на численном примере отрасли сельского хозяйства, но исследование будем вести только для производителей.

Исходные данные модели отрасли (сельского хозяйства) представлены в параграфе ***«Исходные данные модели отрасли (сельского хозяйства)».***

Требуется построить оптимизационную модель рынка и рассчитать объемы спроса и предложения.

Построение математической модели рынка. Математическая модель отраслевого рынка (1)–(7) с четырьмя производителями представлена векторной задачей линейного программирования:

$$opt\, F(X)=\{\, max\, F_1(X)=\{max\, f_1(X) = 50x_1 + 50x_2, \quad (1.1a)$$
$$max\, f_2(X) = 60x_3+ 50x_4, \quad (1.2a)$$
$$max\, f_3(X) = 46x_5 + 60x_6, \quad (1.3a)$$
$$max\, f_4(X) = 40x_7+ 32x_8\}, \quad (1.4a)$$
$$max\, f_{\Sigma q}(X^o)= 50x_1 + 50x_2 + 60x_3 + 50x_4 + 46x_5 + 60x_6 + 40x_7+ 32x_8, \quad (3.1a)$$
$$min\, f_{\Sigma l}(X^o)= 120x_1 + 100x_2 + 140x_3 + 100x_4+ 130x_5 + 150x_6 + 70x_7 + 80, \quad (4.1a)$$

при ограничениях

$$160000 \leq 120x_1 + 130x_5 \leq 280000, \quad (5.1a)$$
$$220000 \leq 100x_2+ 150x_6 \leq 380000, \quad (5.2a)$$
$$200000 \leq 140x_3 + 70x_7 \leq 330000, \quad (5.3a)$$
$$240000 \leq 100x_4 + 80x_8 \leq 380000, \quad (5.4a)$$
$$70x_1+ 50x_2 \leq 280000, \quad (6.1a)$$
$$80x_3+ 50x_4 \leq 380000, \quad (6.2a)$$
$$84x_5+ 90x_6 \leq 330000, \quad (6.3a)$$
$$30x_7+ 48x_8 \leq 380000, \quad (6.4a)$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \geq 0. \quad (7.1a)$$

где (1.1a) – (1.4a) – цели четырех производителей;

(3.1a), (4.1a) – системные цели;

(5.1a) – (5.4a) – ограничения по финансам четырех потребителей;

(6.1a) – (6.4a) – ограничения по производственным возможностям производителей.

Решение векторной задачи - модели отраслевого рынка. *Решение задачи линейного программирования* (1.1a) – (7.1a) показано в системе *Matlab* в соответствии с алгоритмом решения ВЗЛП на основе нормализации критериев и принципа гарантированного результата. Алгоритм представлен как последовательность шагов.

Шаг 1. Решение по каждому критерию: наилучшее.

<u>Критерий 1</u> – оптимальные значения переменных:

$X_1^* = \{x_1=1285.7, x_2=3800, x_3=959.4, x_4=1654.4, x_5=749.27, x_6=0.0, x_7=1807.9, x_8=1788.1\}$; оптимальное значение целевой функции в этой точке: $f_1^*=254290$;

<u>Критерий 2.</u>

$X_2^*=\{x_1=531.3,\ x_2=2380.5,\ x_3=2357.1,\ x_4=3800,\ x_5=1284.7,\ x_6=498.4,\ x_7=0,\ x_8=0\}$, $f_2^* = 331430$;

<u>Критерий 3.</u>

$X_3^*=\{x_1=750.5,\ x_2=0.0,\ x_3=920.2,\ x_4=1591.9,\ x_5=1214.3,\ x_6=2533.3,\ x_7=21894.4,\ x_8=1871.8\}$, $f_3^*=207860$;

<u>Критерий 4.</u>

$X_4^*=\{x_1=526.9,\ x_2=2394.6,\ x_3=0,\ x_4=0,\ x_5=1289.5,\ x_6=489.7,\ x_7=4714.3,\ x_8=4750\}$, $f_4^*=340580$;

<u>Критерий 9.</u>

$X_9^*=\{x_1=1285.7,\ x_2=3800,\ x_3=0,\ x_4=3800,\ x_5=967,\ x_6=0.0,\ x_7=4714.3,\ x_8=0\}$, $f_9^*=677340$;

<u>Критерий 10.</u>

$X_{10}^*=\{x_1=126.2,\ x_2=1993.2,\ x_3=878.7,\ x_4=1348.8,\ x_5=1114.3,\ x_6=137.9,\ x_7=1099.8, x_8=1314.1\}$, $f_{10}^*=820000$;

Шаг 2. Решение по каждому критерию – наихудшее:

$f_1^o = 0.0, f_2^o = 0.0, f_3^o = 0.0, f_4^o = 0.0, f_9^0 = 326330, f_{10}^0 = 1370000.$

Шаг 3. Выполняется системный анализ критериев в ВЗЛП, для чего в оптимальных точках $X_1^*,\ldots, X_{10}^*$ определяются величины целевых функций $F(X^*)=\{\{f_q(X_k^*),\ k=\overline{1,\mathrm{K}}\},\ q=\overline{1,\mathrm{K}}\}$ и относительных оценок $\lambda(X^*)=\{\{\lambda_q(X_k^*), k=\overline{1,\mathrm{K}}\}, q=\overline{1,\mathrm{K}}\}$.

$$F(X^*)=\begin{vmatrix} f_1(X_1^*),\ldots, f_{10}(X_1^*) \\ f_1(X_{10}^*),\ldots, f_{10}(X_{10}^*) \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} -254300 & -140300 & -34500 & -129500 & -558600 & 1201000 \\ -145600 & -331400 & -89000 & -0 & -566000 & 1253600 \\ -37500 & -134800 & -207900 & -135700 & -515900 & 1198300 \\ -146100 & -0 & -88700 & -340600 & -575300 & 1253800 \\ -254300 & -190000 & -44500 & -188600 & -677300 & 1370000 \\ -106000 & -120200 & -59500 & -86000 & -371700 & 0820000 \end{Vmatrix}$$

Определяются отклонения $d_k=f_k^* - f_k^o,\ k=\overline{1,K}$:

$D = [d_1=254290\ \ d_2=331430\ \ d_3=207860\ \ d_4=340570\ \ d_9=351010\ \ d_{10}=-550000]$;

относительные оценки $\lambda_k(X)=\dfrac{f_k(X(t)) - f_k^0}{f_k^* - f_k^0},\ k=\overline{1,K}$.

$$\lambda(X^*) = \begin{vmatrix} \lambda_1(X_1^*),..., \ \lambda_{10}(X_1^*) \\ \lambda_1(X_{10}^*),..., \ \lambda_{10}(X_{10}^*) \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1.0000 & 0.4233 & 0.1658 & 0.3804 & 0.6616 & 0.3072 \\ 0.5725 & 1.0000 & 0.4282 & 0.0000 & 0.6828 & 0.2117 \\ 0.1476 & 0.4067 & 1.0000 & 0.3984 & 0.5400 & 0.3122 \\ 0.5745 & 0.0000 & 0.4267 & 1.0000 & 0.7094 & 0.2113 \\ 1.0000 & 0.5733 & 0.2140 & 0.5537 & 1.0000 & -0.0000 \\ 0.4167 & 0.3625 & 0.2864 & 0.2526 & 0.1293 & 1.0000 \end{Vmatrix}$$

Шаг 4. Строится и решается λ-задача, аналогично (20) – (29).

Результаты решения λ-задачи: оптимальные значения переменных: $\boldsymbol{X^o}$={x_0= 0.4764, x_1=0, x_2=2422.8, x_3 =0, x_4=3157.8, x_5=1230.8, x_6= 706, x_7=4056.1, x_8 =0}; оптимальное значение целевой функции: λ^o = 0.4764.

Принятие оптимального решения (прогноз развития рынка). В результате решения векторной задачи линейного программирования (1.1) – (7.1) математической модели отраслевого рынка и соответствующей λ-задачи получено:

1) *Объем производства и потребления отрасли* в натуральных показателях: X^o={ x_1=0, x_2=2422.8, x_3 =0, x_4=3157.8, x_5=1230.8, x_6= 706.7, x_7=4056.1, x_8 =0};

2) *Объем производства в денежных единицах*, который включает в себя:

- объем прибыли, полученный всеми производителями:

$F_Q(X^o)$={ $f_1(X^o)$= 121 100, $f_2(X^o)$= 348 290, $f_3(X^o)$= 283 930, $f_4(X^o)$= 315 780};

- суммарный объем прибыли всех производителей $f_9(X^o)$= 527 800;
- расчет ресурсов по отдельным предприятиям:

R ={$r_1(X^o)$= 2 136 100, $r_2(X^o)$= 2 972 100, $r_3(X^o)$= 2 698 400, $r_4(X^o)$= 3 152 200};

- суммарные затраты ресурсов по всем предприятиям SumR =1 664 000;
- *Объем производства в относительно оптимальных значений:*

$\lambda(X^o)$={$\lambda_1(X^o)$=0.4701, $\lambda_2(X^o)$=0.4627, $\lambda_3(X^o)$=0.4680, $\lambda_4(X^o)$=0.4627, $\lambda_5(X^o)$=0. 532, $\lambda_6(X^o)$=0.5174, $\lambda_7(X^o)$=0.4627, $\lambda_8(X^o)$=0.4627, $\lambda_9(X^o)$=0. 5739, $\lambda_{10}(X^o)$=0.4984}. (30)

Эти результаты показывают, что в точке X^o второй, четвертый, седьмой, восьмой критерии в относительных единицах достигли уровня λ^o= 0.4627, а остальные больше этого уровня. Любое увеличение одного из критериев выше уровня λ^o приводит к уменьшению другого критерия, т.е. максимальный относительный уровень λ^o= 0.4627 – это гарантированный результат, и, соответственно, точка X^o оптимальна по Парето.

Изменяя исходные данные и, используя результаты решения (30), можно выполнять прогноз развития рынка на любой период развития.

С социальной точки зрения математическая модель рынка потребителей (1.1a) – (7.1a) реализует цели всех производителей при равнозначном значении в совокупности, игнорируя цели всех потребителей – главное это прибыль, т.е. модель (1.1a) – (7.1a) соответствует капиталистическому способу производства.

Математическое моделирование и прогнозирование развития рынка (Рабовладельческий способ производства)

Математическое моделирование и прогнозирование развития рынка представим на численном примере отрасли сельского хозяйства, но исследование проводится только для потребителей.

Исходные данные модели отрасли (сельского хозяйства) представлены в параграфе ***«Исходные данные модели отрасли (сельского хозяйства)»***.

Требуется построить оптимизационную модель рынка и рассчитать объемы спроса и предложения.

Построение математической модели рынка. Математическая модель отраслевого рынка (1) – (7) с четырьмя потребителями представлена векторной задачей линейного программирования:

$opt\ F(X)=\{\ min\ F_2(X)=\{min\ f_5(X) = 120x_1 + 130x_5,$ (2.1b)

$min\ f_6(X) = 100x_2 + 150x_6,$ (2.2b)

$min\ f_7(X) = 140x_3 + 70x_7,$ (2.3b)

$min\ f_8(X) = 100x_4 + 80x_8\}\},$ (2.4b)

$max\ f_{\Sigma q}(X^o) = 50x_1 + 50x_2 + 60x_3 + 50x_4 + 46x_5 + 60x_6 + 40x_7 + 32x_8,$ (3.1b)

$min\ f_{\Sigma l}(X^o) = 120x_1 + 100x_2 + 140x_3 + 100x_4 + 130x_5 + 150x_6 + 70x_7 + 80x_8,$ (4.1b)

при ограничениях

$160000 \le 120x_1 + 130x_5 \le 280000,$ (5.1b)

$220000 \le 100x_2 + 150x_6 \le 380000,$ (5.2b)

$200000 \le 140x_3 + 70x_7 \le 330000,$ (5.3b)

$240000 \le 100x_4 + 80x_8 \le 380000,$ (5.4b)

$70x_1 + 50x_2 \le 280000,$ (6.1b)

$80x_3 + 50x_4 \le 380000,$ (6.2b)

$84x_5 + 90x_6 \le 330000,$ (6.3b)

$30x_7 + 48x_8 \le 380000,$ (6.4b)

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8 \ge 0,$ (7.1b)

где (2.1b) – (2.4b) – цели четырех потребителей;

(3.1b), (4.1b) – системные цели;

(5.1b) – (5.4b) – ограничения по финансам четырех потребителей;

(6.1b) – (6.4b) – ограничения по производственным возможностям производителей.

Решение векторной задачи – модели отраслевого рынка. Решение задачи линейного программирования (2.1b) – (7.1b) показано в системе Matlab в соответствии с алгоритмом решения ВЗЛП на основе нормализации критериев и принципа гарантированного результата. Алгоритм представлен как последовательность шагов.

Шаг 1. Решение по каждому критерию – наилучшее.

Критерий 5.

$X_5^*=\{x_1=193.6,\ x_2=2616.7,\ x_3=856,\ x_4=1452.5,\ x_5=1052,\ x_6=350.7,\ x_7=1973.2,\ x_8=2006.1\},\ f_5^*=160000;$

Критерий 6.

$X_6^*=\{x_1=230.5,\ x_2=1961,\ x_3=796.6,\ x_4=1465,\ x_5=1572.8,\ x_6=159.3,\ x_7=2081.1,\ x_8=1981.7\},\ f_6^*=220000;$

<u>*Критерий 7.*</u>

X_7^* ={x_1=343.4, x_2=2559, x_3=963.3, x_4=1306.4, x_5=1462.1, x_6=383.3, x_7=1024.6, x_8=2192.6}, f_7^* =200000;

<u>*Критерий 8.*</u>

X_8^* ={x_1=432.8, x_2=2491.8, x_3=1004.5, x_4=1444.6, x_5= 1379.1, x_6= 427.7, x_7= 1657.1, x_8=1194.2}, f_8^* =240000;

<u>*Критерий 9.*</u>

X_9^* ={x_1=1285.7, x_2 = 3800, x_3 = 0, x_4 = 3 800, x_5 = 967, x_6 = 0.0, x_7 = 4714.3, x_8 = 0}, f_9^* = 677340;

<u>*Критерий 10 .*</u>

X_{10}^* ={x_1=126.2, x_2 = 1993.2, x_3 = 878.7, x_4 = 1348.8, x_5 = 1114.3, x_6 = 137.9, x_7 = 1099.8, x_8 = 1314.1}, f_{10}^* = 820000;

Шаг 2. Решение по каждому критерию – наихудшее:
f_5^0= 280000, f_6^0 = 380000, f_7^0= 330000, f_8^0 = 380000, f_9^0 = 326330, f_{10}^0 = 1370000.

Шаг 3. Выполняется системный анализ критериев в ВЗЛП, для чего в оптимальных точках $X_1^*,\ldots, X_{10}^*$ определяются величины целевых функций $F(X^*) = \{\{f_q(X_k^*),\ k = \overline{1,\mathrm{K}}\},\ q = \overline{1,\mathrm{K}}\}$ и относительных оценок $\lambda(X^*) = \{\{\lambda_q(X_k^*),\ k = \overline{1,\mathrm{K}}\},\ q = \overline{1,\mathrm{K}}\}$.

$$F(X^*) = \begin{vmatrix} f_1(X_1^*),\ldots,\ f_{10}(X_1^*) \\ f_1(X_{10}^*),\ldots,\ f_{10}(X_{10}^*) \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} 160000 & 314300 & 258000 & 305700 & -477100 & 1038000 \\ 232100 & 220000 & 257200 & 305000 & -459200 & 1014400 \\ 231300 & 313400 & 200000 & 306000 & -466800 & 1050700 \\ 231200 & 313300 & 256600 & 240000 & -472300 & 1041200 \\ 280000 & 380000 & 330000 & 380000 & -677300 & 1370000 \\ 160000 & 220000 & 200000 & 240000 & -371700 & 820000 \end{Vmatrix}$$

Определяются отклонения $d_k=f_k^* - f_k^o,\ k=\overline{1,K}$:
D = [d_5 =-120000 d_6 =-160000 d_7 =-130000 d_8 =-140000 d_9 =351010 d_{10} =-550000];
относительные оценки $\lambda_k(X) = \dfrac{f_k(X(t)) - f_k^0}{f_k^* - f_k^0},\ k = \overline{1,K}$.

$$\lambda(X^*) = \begin{vmatrix} \lambda_1(X_1^*),\ldots,\ \lambda_{10}(X_1^*) \\ \lambda_1(X_{10}^*),\ldots,\ \lambda_{10}(X_{10}^*) \end{vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1.0000 & 0.4108 & 0.5541 & 0.5304 & 0.4294 & 0.6037 \\ 0.3989 & 1.0000 & 0.5600 & 0.5354 & 0.3785 & 0.6466 \\ 0.4059 & 0.4163 & 1.0000 & 0.5283 & 0.4002 & 0.5805 \\ 0.4065 & 0.4166 & 0.5644 & 1.0000 & 0.4160 & 0.5978 \\ -0.000 & -0.0000 & -0.000 & -0.000 & 1.0000 & -0.0000 \\ 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 1.0000 & 0.1293 & 1.0000 \end{Vmatrix}.$$

Шаг 4. Строится и решается λ-задача.

Результаты решения λ-задачи: оптимальные значения переменных: $\boldsymbol{X^o}$ ={x_0 = 0.5740, x_1 = 1759.4, x_2 = 2881.6, x_3 = 0, x_4= 2996.4, x_5= 0.0, x_6 = 0.0, x_7 = 3648.3, x_8 = 0.0}; оптимальное значение целевой функции: λ^o = 0.5740.

Принятие оптимального решения (прогноз развития рынка). В результате решения векторной задачи линейного программирования (1) – (7) математической модели отраслевого рынка и соответствующей λ-задачи (20) – (29) было получено:

1) *Объем производства и потребления отрасли* в натуральных показателях: X^o ={x_1 = 1759.4, x_2 = 2881.6, x_3 = 0, x_4 = 2996.4, x_5 = 0.0, x_6 = 0, x_7 = 3648.3, x_8 = 0.0};

2) *Объем производства в денежных единицах*, который включает в себя:

− объем производства и затрат, понесенных всеми потребителями:
$F_L(X^o)$ = {$f_5(X^o)$ = 211100, $f_6(X^o)$ = 288200, $f_7(X^o)$ = 255400, $f_8(X^o)$ = 299600};

− суммарный объем прибыли всех производителей $f_9(X^o)$ = 527800;

− суммарный объем затрат всех потребителей $f_{10}(X^o)$ = 1054300;

− расчет ресурсов по отдельным предприятиям:
R = {$r_1(X^o)$ = 2 11120, $r_2(X^o)$ = 2 88160, $r_3(X^o)$ = 2 55380, $r_4(X^o)$ = 299640};

− суммарные затраты ресурсов по всем предприятиям SumR = 1664000;

3) Объем производства в относительно оптимальных значений:
$\lambda(X^o)$ = {$\lambda_5(X^o)$=0.5740, $\lambda_6(X^o)$ = 0.5740, $\lambda_7(X^o)$ = 0.5740, $\lambda_8(X^o)$ = 0.5740, $\lambda_9(X^o)$ = 0.5740, $\lambda_{10}(X^o)$ = 0.5740}. (31)

Эти результаты показывают, что в точке X^o все критерии в относительных единицах достигли уровня λ^o = 0.5740. Любое увеличение одного из критериев выше уровня λ^o приводит к уменьшению другого критерия, т.е. максимальный относительный уровень λ^o = 0. 5740 – это гарантированный результат, и соответственно, точка X^o оптимальна по Парето.

Изменяя исходные данные и, используя результаты решения (31), можно выполнять прогноз развития рынка потребителей на любой период развития.

С социальной точки зрения математическая модель рынка потребителей (2.1b) – (7.1b) реализует цели всех потребителей в совокупности при равнозначном значении, т.е. полное игнорирование целей производителей, эта модель соответствует рабовладельческому способу производства.

Заключение

Результатом исследования разных способов производства на примере отрасли сельского хозяйства стало построение численной модели в виде векторной задачи линейного программирования.

Исследование разных способов производства (социалистического, капиталистического, рабовладельческого) на примере отрасли сельского хозяйства впервые проведено при помощи численной модели. При этом в ходе исследования учитывались цели производителей и потребителей как в совокупности, так и по отдельности.

Полученный результат дает возможность вести исследование социальной направленности развития общества. Таким образом, математическая модель рынка, представленная векторной задачей математического программирования, может служить основой для моделирования и прогнозирования развития рынка любой отрасли. Автор готов предоставить разработанные модели и программное обеспечение для решения задач моделирования и прогнозирования развития различных отраслевых рынков.

Список источников / References

1. Машунин Ю.К. Теория, математическое моделирование и прогнозирование развития рынка. *Известия ДВФУ. Экономика и управление*, 2016, № 4, сс. 18–40. [Machunin Yu.K. Teoria, matematicheskoe modelirovanie razvitia rinka [Theory, mathematical modeling and forecasting of market development]. *Izvestia DVFU. Ekonomika I upravlenie = FEFU news. Economy and management*, 2016, no. 4, pp. 18–40.]
2. Машунин Ю.К. Теория, математическое моделирование и прогнозирование развития рынка (2. Структура рынка). *Известия ДВФУ. Экономика и управление*, 2017, № 1, сс. 3–17. [Machunin Yu. K. Teoria, matematicheskoe modelirovanie razvitia rinka (2. Struktura rinka) [Theory, mathematical modeling and forecasting of market development (2. Structure of the market)]. *Izvestia DVFU. Ekonomika I upravlenie = FEFU news. Economy and management*, 2017, no. 1, pp. 3–17.]
3. Тироль Ж. *Рынки и рыночная власть: Теория организации промышленности*. Санкт-Петербург, Экономическая школа, 1996. 745 с. [Tyrol Zhan. *Rynki i rynochnaya vlast': Teoriya organizatsii promyshlennosti* [Markets and market power: Theory of industry organization]. St-Petersburg, Economic school Publ.. 1996. 745 p.]
4. Шерер Ф., Росс Д. Структура отраслевых рынков. Москва, ИНФРА-М, 1997. 698 с. [Sherer F.A., Ross D. Struktura otraslevykh rynkov [Industrial Market Structure]. Moscow, INFRA-M Publ., 1997. 698 p.]
5. Байе М.Р. *Управленческая экономика и стратегия бизнеса*. Москва, ЮНИТИ-ДАНА, 1999. 743 с. [Baye M.R. *Upravlencheskaya ekonomika i strategiya biznesa* [Managerial Economics and Business Strategy]. Moscow, UNITI-DANA, 1999. 743 c.]
6. Сио Л.К. *Управленческая экономика*. Москва, ИНФРА-М, 2000. 671 с. [Sio K.K. *Upravlencheskaya ekonomika* [Managerial Economics]. Moscow, INFRA-M Publ., 2000. 671 p.]
7. Машунин Ю.К. *Теория и моделирование рынка на основе векторной оптимизации.* Москва, Университетская книга, 2010. 352 с. [Mashunin Yu.K. *Teoriya i modelirovanie rynka na osnove vektornoy optimizatsii* [The theory and modeling of the market on the basis of vector optimization of management]. Moscow, University book Publ., 2010. 352 p.
8. Mashunin Yu.K. and Mashunin I.A. Mathematical model of the Market. *International Journal of Information Technology and Business Management (IJTBM),* 2014, vol. 25, no. 1, pp. 45–61. Available at: http://www.jitbm.com/jitbm%2025th%20volume/5%20Marketing%20Model.pdf

9. Машунин Ю.К. *Методы и модели векторной оптимизации*. Москва, Наука, 1986. 141с. [Mashunin, Yu.K. *Metody I modeli vektornoy optimizatsii* [Methods and models of vector optimization]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 141 p.]
10. Машунин Ю.К. *Теория управления. Математический аппарат управления экономикой.* Москва, Логос, 2013. 448 с. [Mashunin Yu. K. *Teoriya upravleniya. Matematicheskiy apparat upravleniya ekonomikoy* [Management theory. The mathematical apparatus of management of the economy]. Moscow, Logos Publ., 2013. 448 p.]
11. Машунин Ю.К. Моделирование и прогнозирование развития фирмы на базе векторной оптимизации (1. Постановка проблемы). *Известия ДВФУ. Экономика и управление*, 2016, № 1, сс. 17–36. [Machunin Yu. K. Modelirovanie i prognozirovanie razvitia firmy na baze vektornoy optimizattsii (1. Postanovka problemy) [Modeling and forecasting of development of firm on the basis of vector optimization (1. Statement of a problem)]. *Izvestia DVFU. Ekonomika I upravlenie – FEFU news. Economy and management*, 2016, no. 1, pp. 17–36.]

Сведения об авторе / About author

Машунин Юрий Константинович, доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры государственного и муниципального управления Школы экономики и менеджмента, Дальневосточный федеральный университет. 690920 Россия, г. Владивосток, о-в Русский, кампус ДВФУ, корпус G, ауд. 525. *E-mail: mashunin@mail.ru*

Yury K. Mashunin, Doctor of Economic Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of State and Municipal Administration of the School of Economics and Management, Far Eastern Federal University. 525 office, bldg. G, FEFU Campus, Vladivostok, Russia 690920. *E-mail: mashunin@mail.ru*

Адрес сайта в сети интернет: http://jem.dvfu.ru