

Модели экономического влияния рекламы: индивидуальные вторичные эффекты ¹

Сергей Вартанов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Информация о статье

Поступила в редакцию:

13.07.2020

Принята

к опубликованию:

24.02.2021

УДК 51-77

JEL C51, C52

Ключевые слова:

экономика рекламы, поведение потребителя, модели рекламной динамики, несовершенная конкуренция, медиарекламный рынок

Keywords:

advertising economics, consumer behavior, advertising dynamics models, imperfect competition, media advertising market

Аннотация

Настоящая работа представляет собой третью часть цикла из пяти статей, посвященных обзору существующих моделей, методов и взглядов на эффекты воздействия экономического института рекламы на рынок на всех возможных уровнях. В ней рассмотрен промежуточный уровень влияния рекламы, связанный с особенностями рекламных стратегий отдельных фирм. Согласно приводимой в настоящем цикле статей классификации, эти эффекты относятся к классу индивидуальных вторичных эффектов. Отмечаются особенности кратко- и долгосрочных рекламных стратегий фирм, а также вневременные особенности поведения фирм. Показано, что классификация вторичных эффектов индивидуального уровня определяется свойствами преобладающих первичных эффектов, в зависимости от которых оптимальный вид индивидуального поведения фирмы может быть описан помощью либо стандартной задачи производителя, дополненного рекламными инструментами, либо одной из классических моделей рекламной динамики (Видаля-Вольфа, Сетхи, Нерлова-Эрроу).

Modelling Economic Impact of Advertising: Primary Effects

Sergey Vartanov

Abstract

This work is the third part of a series of five articles devoted to a review of existing models, methods and views on the effects of the economic institution of advertising on the market at all possible levels. It examines the intermediate level of advertising influence associated with the characteristics of the advertising strategies of individual firms. According to the classification presented in this series of articles, these effects belong to the class of individual secondary effects. The features of short- and long-term advertising strategies of firms, as well as timeless features of firms' behavior are noted. It is shown that the classification of secondary effects of an individual level is determined by the properties of the prevailing primary effects, depending on which the optimal type of individual behavior of a firm can be described using either a standard manufacturer's problem supplemented with advertising tools, or one of the classic models of advertising dynamics (Vidal-Wolf, Sethi, Nerlova-Arrow).

¹ Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-68-47030).

DOI: <https://dx.doi.org/10.24866/2311-2271/2021-1/66-93>

Введение. Три уровня рекламных эффектов

По своей природе реклама является неотъемлемой частью любой современной экономики. Рекламный контент проникает в жизнь потребителей со всех сторон – из телевизора, радио, прессы, из Интернета, с наружных носителей вроде рекламных щитов. Влияние рекламы на рынок связано напрямую с потребителями и особенностями их индивидуального выбора под ее воздействием. В то же время, на поведение производителей реклама также оказывает заметное влияние, однако совершенно иной природы – для них она является одной из компонент их рыночной стратегии. Несмотря на то, что основные механизмы воздействия рекламы на принятие экономических решений отдельными индивидами в современной экономической теории рекламы толкуются по-разному, все взгляды на них сходятся в одном: потребитель является объектом такого воздействия, а субъектом (источником) воздействия являются фирмы-производители. Таким образом, очевидным является разделение на два уровня эффектов воздействия рекламы на рынок в целом. Первый уровень (первичные эффекты) – непосредственное воздействие рекламы на потребителя, в результате которого он меняет свое поведение. Вторичные эффекты касаются изменения поведения производителей, связанного с появлением дополнительного класса стратегических инструментов в их руках – помимо классического управления ценой и характеристиками производимого товара. Ко вторичным эффектам относятся все связанные с поведением фирм эффекты – изменение цен, объемов продаж, свойств рыночного равновесия (потери и рост благосостояния, например). В то же время существует и третий уровень воздействия рекламы и связан он с изменением структуры рынка и взаимодействия субъектов его в целом. Третичные эффекты обуславливаются уже не особенностями рекламы конкретных товаров и связанными с ней стратегиями фирм, но существованием рекламы как экономического института. Так, третичными эффектами рекламы является, например, превращение рекламы из инструмента в товар и связанное с этим появление рекламного рынка. Другой пример третичного эффекта – формирование маркетинговых каналов – производственных цепочек, включающих в себя не только производителя, но и ритейлера, каждый из которых занимается рекламой одного и того же товара. Возможные механизмы координации рекламных стратегий и тех и других представляют собой одну из задач исследования третичных эффектов рекламы. Другой тип таких задач связан с исследованием поведения и взаимодействия с потребителями-аудиторией и фирмами-рекламодателями фирм-посредников, занимающихся размещением рекламы – как сейлс-хаусов, так и медиакомпаний – и представляет собой одну из актуальнейших задач теоретической медиаэкономики. Таким образом, в качестве третичных эффектов рекламы выступают не только внутриотраслевые эффекты, оказываемые рекламой на производителей и связанных с ними посредников, но и межотраслевые эффекты, связывающие «через рекламу» отрасль медиа и производственные отрасли.

Настоящая работа является третьей в цикле из четырех статей, посвященных обзору и анализу эффектов рекламы на всех описанных уровнях, и посвящена всестороннему рассмотрению вторичных эффектов рекламы и существующих в экономической науке взглядов на них и способов их моделирования. Статья имеет следующую структуру.

Общее описание подходов к исследованию вторичных эффектов

При обсуждении первичных эффектов рекламного воздействия «фокус» исследования был зафиксирован на изменении поведения потребителя. Основным вопросом, на который искался ответ, был «Как реклама изменяет поведение

потребителя?». Однако при описании и анализе всех воздействующих на потребителя рекламных эффектов, как правило, «выводился за скобки» тот факт, что интенсивность и способ проведения рекламной кампании, вообще говоря, есть результат стратегического поведения фирмы, выпускающей (и/или продающей) соответствующий товар. Так как реклама оказывает существенное влияние на поведение потребителя, почти любому производителю приходится осуществлять связанные с ней затраты (например, на рекламные кампании в СМИ), чтобы «продвигать» свой товар. Однако эти затраты, как и другие, сдерживаются бюджетными ограничениями. Таким образом, для производителя оптимальные затраты на рекламу должны быть решениями оптимизационной задачи максимизации общей прибыли за счет повышения объема продаж. Так как в реальности воздействие рекламы обычно меняется с течением времени, возникает важный вопрос для исследования: как фирма должна распределять свои (ограниченные, вообще говоря) затраты во времени, чтобы увеличить продажи или максимизировать итоговую прибыль? Чтобы решить подобную задачу, необходимо, в первую очередь, использовать адекватную модель воздействия рекламы на потребителей, чтобы описать изменение уровня продаж по сравнению с «безрекламным» случаем.

В основе подобных моделей всегда лежат первичные эффекты, оказываемые рекламой на потребителей. Отталкиваясь от этих эффектов, можно определить, какими свойствами обладает функция спроса в предположении, что потребители принимают решение под их воздействием. После того, как задается зависимость совокупного спроса потребителей от рекламной стратегии фирм-производителей, дальнейшее построение модели рынка производится с помощью привычного математического аппарата микроэкономики. Эта модель исследуется для поиска оптимальных стратегий фирм, причем критерии оптимальности могут быть различными и зависят от особенностей поведения фирм. Традиционно рассматриваются два критерия – прибыль фирмы (чистая или приведенная) и объем продаж товара. Стратегии фирм определяются как комбинация рекламной и рыночной компонент, а в качестве решения выступают различные концепции – максимизирующая целевую функцию стратегия, равновесия различных типов, Парето-эффективные ситуации и тому подобные. Основная схема исследования вторичных эффектов, таким образом, приобретает следующий вид (рис. 1).



Рис. 1. Схема исследования вторичных эффектов

Источник: составлено автором

Иными словами, вторичные эффекты рекламного воздействия зависят от четырех факторов: первичные эффекты, цели фирм-участников рынка, структура рынка, особенности рыночного равновесия. Три последних фактора фактически определяют и вид экономико-математической модели, описывающей исследуемое рыночное взаимодействие. Таким образом, любой вторичный эффект определяется, с одной стороны, первичными эффектами, действующими на по-

ребителя, с другой стороны, моделью рыночного взаимодействия на конкретном исследуемом рынке.

В большинстве существующих работ по анализу рекламного поведения фирм потребители предполагаются пассивными: их поведение полностью определяется первичными эффектами от рекламы и рыночными стратегиями фирм. Как правило, все их поведение описывается с помощью репрезентативных потребителей, каждый из которых описывает одну конкретную группу потребителей. Большая часть литературы, связанной с эмпирическими исследованиями рынков, также отвечает не на вопрос «как реклама влияет на индивидуальный выбор потребителей», а на вопрос «насколько реклама изменяет спрос на товар» (Schmalensee, 1972; Roberts and Samuelson, 1988; Guadagni and Little, 1983; Erdem and Keane, 1996). При этом в большинстве работ потребители вообще «выводятся за скобки» исследования, а их поведение на рынке описывается только совокупной функцией спроса либо функцией продаж, зависящими от рекламных вложений производителей. При подобном описании потребителей практически игнорируется схема принятия ими решения, и исповедуемый автором взгляд на основные механизмы воздействия рекламы на потребителя (информирующий, убеждающий или комплементарный) находят свое отражение лишь в принципе формирования спроса, а конкретно – в свойствах зависимости функции спроса или объема совокупных продаж от «рекламной» компоненты стратегии фирмы. В большинстве работ по анализу вторичных эффектов рекламного воздействия поведение потребителей приятно задавать агрегированно, и особенности принятия ими индивидуальных решений фактически полностью «защиты» в функцию спроса либо объема продаж, для которых рекламные стратегии фирм-участников рынка являются аргументами. Таким образом, механизм влияния рекламы на потребителя, как правило, не детализируется, а сами потребители представляют собой некое подобие «черного ящика», получающего «на вход» параметры товаров и рекламное воздействие, и выдающего «на выход» объем продаж или спрос. Таким образом, для моделей вторичного воздействия рекламы весь уровень классификации, связанный с особенностями механизма влияния рекламы на задачу потребителя и ее преимущественным направлением действия (информирующее, убеждающее или комплементарное) сводится лишь к свойствам функции спроса, а точнее, к функции реакции на воздействие рекламы. Само по себе действие рекламы, как правило, предполагается носящим комбинированный характер – частично информативный, частично убеждающий – если в самой постановки модели явно не указывается, какие именно эффекты предполагается исследовать. Например, в работе Гроссмана и Шапиро (Grossmann, Shapiro, 1984) анализируются рынки несовершенной конкуренции при возможности только информативной рекламы – рекламные сообщения имеют четкую структуру, содержащую только правдивую информацию о потребительских характеристиках товара. В большинстве же прочих работ изучается некая «обобщенная» реклама, которая изменяет агрегированный спрос потребителей, но при этом ее действие обладает чертами всех трех основных механизмов воздействия.

Многие исследователи предпочитают фокусироваться на математическом анализе моделей рынков с рекламой, описывая их формально или вообще ссылаясь на формулировку одной из базовых моделей. На самом деле, существует очень ограниченное количество таких базовых моделей, и практически любая изучаемая в литературе модель рынка по факту является частным случаем или модификацией одной из них. Каждая из базовых моделей основана на определенных предпосылках относительно поведения потребителей под воздействием рекламы – то есть на том, какой из первичных эффектов рекламного воздействия

предполагается основным. Так, модели Видаля-Вольфа можно интерпретировать как основанные преимущественно на краткосрочном убеждающем воздействии рекламы – так как воздействие рекламы в нем предполагается моментальным и хранящимся в памяти потребителя не слишком долгое время. Это соответствует обсуждавшимся в предыдущей главе краткосрочным эффектам убеждающей рекламы как продуктам мгновенного эмоционального решения. А вот модели Нерлова-Эрроу характеризуются в большей степени долгосрочным воздействием на потребителя, в основе которого лежит эффект престижа. Концепция гудвилла, лежащая в основе всех таких моделей, показывающая накопленное за все время потребления товара и контактов с рекламой желание потребителя купить (*willingness-to-pay*), довольно точно соотносится с идеей о престиже потребления товара, как новой потребительской характеристики. Более того, сам по себе запас гудвилла товара можно рассматривать как меру его престижности – хотя бы в первом приближении.

Как и в случае первичных эффектов, принципиальную важность для математических моделей вторичных эффектов рекламы несут временные рамки их действия. Способность потребителей запоминать информацию о товаре становится одной из основ классификации таких моделей. Дело в том, что рынки с потребителями, не способными запоминать прошлые рекламные сообщения или свойства товара, потребленного ранее, могут быть описаны моделями рыночной конкуренции, сводящимися, как правило, к играм в нормальной форме с фирмами-производителями в качестве игроков. В то же время, для описания рынков, где потребители способны накапливать опыт потребления – как товаров, так и рекламы – потребуются уже модели, «протяженные во времени». В основном в качестве математического аппарата анализа таких моделей используются дифференциальные игры, где в качестве решения выступают различные варианты динамического равновесия – как правило, это равновесие Нэша с обратной связью или без нее.

В рамках первого направления предполагается, что все потребители не имеют памяти и при покупке ориентируются только на рекламу, сделанную в текущем временном интервале. Такое направление можно условно считать «статическим», потому что в таких моделях фирмы-игроки принимают решения, затрагивающие только один период. Так как решения, принятые фирмами в прошлом, не играют для потребителей роли, основные параметры моделей – спрос, прибыль фирм, структура рынка – фиксированы и не зависят от времени. В работах второго направления предполагается, что потребители способны накапливать опыт потребления – как товара, так и рекламной информации. Модели, изучаемые в работах этого направления, основаны уже на динамических моделях теории оптимизации (для монопольных рынков) и теории игр (для рынков с количеством фирм более двух). В таких моделях рекламные стратегии, применявшиеся фирмами в более ранних периодах, оказывают влияние на потребительское поведение в последующем – так как потребители помнят, вообще говоря, не только всю рекламу, с которой контактировали, но и всю историю рыночного поведения фирм. При этом особенности накопления потребителями опыта и его влияния на будущий спрос существенно отличаются для различных постановок задачи.

Для каждого класса моделей можно описать базовые принципы и рекламные эффекты, на которых базируется их математическая формализация. Модели рынков с рекламой основываются на классических микроэкономических моделях рынка. Рекламное воздействие дает производителям возможность воздействовать на спрос потребителей, безотносительно того, какой характер оно но-

сит. Так, информативное воздействие изменяет (расширяет) у потребителя множество допустимых альтернатив, что может привести к изменению и бюджетного множества и, как следствие, изменению решения задачи потребителя и, соответственно, функции его спроса (информирующий эффект). Неинформативное рекламное воздействие изменяет предпочтения потребителя (например, эффект престижа), тем или иным способом повышая для него привлекательность рекламируемого товара, что также ведет к изменению вида задачи потребителя и, в конечном счете, функции спроса. Таким образом, вне зависимости от особенностей рекламного воздействия и от того, какой первичный эффект предполагается основным, спрос каждого потребителя является функцией от рекламных стратегий фирм. Кроме того, предполагается, что каждый потребитель является ценополучателем, а поведение потребителей в целом описывается с помощью совокупной функции спроса.

Математический аппарат исследования вторичных эффектов рекламы

С точки зрения построения математических моделей рынков влияние рекламы описывается за счет появления новой переменной (группы переменных), от которых зависит функция спроса, что согласуется со всеми первичными эффектами рекламы. Спрос на товар отдельно взятой фирмы имеет вид $D(\mathbf{p}, \mathbf{A})$, где обозначения имеют прежний смысл: \mathbf{p} – вектор цен на товары, \mathbf{A} – вектор рекламных стратегий фирм. Для базовых первичных эффектов можно определить, как их влияние отражается на «структуре» функции спроса. Убеждающие, но не комплементарные эффекты не добавляют новых характеристик товаров, от которых бы зависела полезность, но изменяют характер зависимости полезности от существующих характеристик. В самом простом случае (когда полезность потребителя зависит только от объемов потребляемых товаров) подобное влияние можно описать, например, через изменение резервной цены. В случае линейности «нерекламного» спроса репрезентативного потребителя ($D(p) = \alpha - \beta p$) оно описывается крайне просто: рекламное воздействие увеличивает показатель α – то есть эквивалентно прибавлению к исходной функции спроса неотрицательной величины $h_1(a)$, зависящей лишь от рекламной стратегии фирмы, но не от цены. В то же время, информирующие эффекты не влияют на структуру предпочтений потребителей, однако могут увеличивать совокупный спрос за счет увеличения их числа. Это может быть учтено, например, за счет домножения функции совокупного спроса на большую единицы величину (рекламный мультипликатор) $h_2(a)$.

Поведение фирм на рынке описывается, в первую очередь, рекламной стратегией. В простейших моделях в качестве таковой обычно рассматривается уровень затрат на рекламу или интенсивность рекламного воздействия, в случае динамического рынка речь идет о зависящей от времени функции управления, описывающий временной план подобных затрат (т.е. $A_i = A_i(t)$ выступает в роли переменной управления, а объем продаж/спрос – в роли фазовой переменной). Дальнейшее усложнение моделей может происходить по двум направлениям, соответствующим расширению возможностей фирм. Во-первых, ряд моделей предполагает, что рекламная стратегия фирм представляет собой не просто совокупный объем затрат на рекламу, но вектор, характеризующий затраты на рекламу разных видов и типов. Во-вторых, стратегия фирмы помимо рекламы может включать в себя классические рыночные компоненты – как правило, это цена. В моделях рынков с рекламой традиционно предполагается, что помимо рекламной, фирмы сталкиваются с ценовой конкуренцией (а не с объемной). В

частности, если зафиксировать рекламные стратегии всех фирм (то есть исключить возможность управлять рекламой), то, согласно стандартному подходу к анализу рынков с рекламой, базовой моделью для описания рынка будет модель ценовой конкуренции с дифференциацией товара (вертикальной, горизонтальной либо с комбинацией этих двух вариантов). Если на рынке присутствует всего лишь одна фирма, то базовой моделью является классическая модель монополии, если фирм несколько – то речь идет о модели олигополии в условиях ценовой конкуренции с дифференциацией товара. В отличие от широко изучаемой в литературе модели монополистической конкуренции, где товар так же дифференцирован, в качестве рыночной стратегии предприятий рассматривается цена, а не объем производимого товара.

Общим подходом при построении моделей рынков с рекламой является то, как формируется выигрыш фирм. В его качестве обычно берется прибыль – то есть цена товара, умноженная на объем проданного товара, минус издержки на производство и рекламные затраты. В зависимости от того, предполагается ли наличие памяти у потребителей и является ли рынок статическим или динамическим, в качестве целевой функции фирм выступает либо сама по себе, либо же ее интеграл по всему интервалу планирования. В общем виде для статического рынка она будет иметь вид:

$$\pi_i(\mathbf{p}; \mathbf{A}; Z) = p_i \cdot D_i(\mathbf{p}; \mathbf{A}; Z) - c_i(D_i(\mathbf{p}; \mathbf{A}; Z)) - \phi_i(A_i)$$

где $\mathbf{p} = (p_i, p_{-i})$ – вектор цен на все товары, $\mathbf{A} = (A_i, A_{-i})$ – совокупность рекламных стратегий всех фирм, $c_i(\cdot)$ – функция полных затрат фирмы i , $\phi_i(\cdot)$ – функция рекламных затрат в зависимости от выбранной стратегии A_i (так, если в качестве стратегии выступает объем расходов на рекламу, то $\phi_i(x) \equiv x$).

В случае динамического рынка каждая фирма максимизирует интегральный функционал вида

$$J_i(\mathbf{p}(\cdot), \mathbf{A}(\cdot)) = \int_0^T \{p_i(t) \cdot S_i(t) - c_i(S_i(t)) - \phi_i(A_i(t))\} e^{-\delta t}$$

где $p_i(t)$ – мгновенное значение цены на товар фирмы i , $A_i(t)$ – ее рекламная стратегия в момент времени t , а $S_i(t)$ – мгновенное значение продаж товара фирмы i , динамика которого описывается дифференциальным уравнением вида (по сути, это ограничения для возникающей задачи оптимального управления):

$$\begin{aligned} \dot{S}_i(t) &= f_i(\mathbf{p}(t), \mathbf{A}(t), Z(t)) \\ S_i(0) &= S_0 \end{aligned}$$

Необходимо отметить, что приведенный вид является максимально общим. Так, дифференциальное уравнение, задающее динамику продаж товара, может быть как детерминированным (тогда оно имеет приведенный выше вид), так и стохастическим, тогда его можно записать в виде:

$$dS_i(t) = f_i(\mathbf{p}(t), \mathbf{A}(t), Z(t))dt + \sigma d\omega(t),$$

где $\omega(t)$ – случайный процесс с известными характеристиками. Таким образом, в случае монопольного рынка задача фирмы представляет собой задачу оптимизации (для статического рынка) либо задачу оптимального управления (для динамического рынка). В случае олигополистического рынка базовая модель приобретает теоретико-игровой характер; в статическом случае базовая постановка задачи заключается в поиске равновесия Нэша, в динамическом случае задача относится к классу дифференциальных игр, и в качестве ее решения выступают равновесие Нэша в виде как замкнутого управления (closed-loop Nash equilibrium), так и в виде управления с обратной связью (open-loop Nash equilibrium).

Как уже говорилось ранее, любой вторичный эффект определяется, с одной стороны, первичными эффектами, действующими на потребителя, с дру-

гой стороны, моделью рыночного взаимодействия на конкретном исследуемом рынке. Это позволяет построить классификацию вторичных эффектов на основе классификации первичных и классификации моделей рынков. Все рассмотренные до настоящего времени математические модели рынков могут быть преобразованы к одному из описанных базовых классов. Различный вид конкретных моделей определяется уже особенностями рекламного воздействия, то есть ответом на вопросы: какой из первичных эффектов носит превалирующий характер, какой горизонт планирования рекламной кампании у фирм, каковы свойства памяти потребителей, какие каналы доставки информации доступны фирмам и так далее. Это связано с тем, что математическая модель рыночного взаимодействия, вообще говоря, определяется структурой рынка и особенностями рекламного воздействия на потребителя. Теми же самыми факторами определяются и вторичные эффекты рекламного воздействия – следовательно, можно классифицировать вторичные эффекты рекламного воздействия, как и математические модели рынка, не по формальным «математическим» критериям моделей, описывающих рынки, где возникают эти эффекты, а по «сущностной» классификации, в основе которой лежат классификация первичных эффектов, приводившаяся в самом начале настоящей работы, и свойства структуры рынка.

В качестве верхнего уровня классификации вторичных эффектов рекламного предлагается рассматривать «временной» уровень, основанный на двух факторах: сроке действия первичных эффектов рекламного воздействия (кратко-/долгосрочные) и на горизонте планирования рекламной кампании фирм (также кратко-или долгосрочные). Скомбинировав эти факторы, получим следующую таблицу, описывающую три группы вторичных эффектов (табл. 1).

Таблица 1

Группы вторичных эффектов

	Краткосрочные первичные эффекты	Долгосрочные первичные эффекты
Краткосрочное планирование фирм	«Статические» эффекты	
Долгосрочное планирование фирм	Эффекты мгновенной реакции	Накопительные эффекты

Источник: составлено автором

Первый класс вторичных эффектов – статические (вневременные) эффекты. Они возникают на тех рынках, где фирмы планируют свою деятельность лишь на один период вперед – либо из-за непреодолимой краткосрочности действия рекламы, либо когда динамика рыночных показателей не имеет для фирмы значения. В этом случае на принятие фирмой решения не оказывают влияние долгосрочные первичные эффекты. Первичные эффекты, порождающие статические вторичные, могут быть как информирующими, так и убеждающими. Предельный срок влияния рекламы определяется свойствами ее первичных эффектов, в частности, особенностями каналов ее доставки потребителю (Keller, 1987), вербальными и визуальными особенностями (Unnava, Burnkrant, 1991), размерами рекламного сообщения (Pieters, Bijmolt, 1997), а также частотой размещения (Janiszewski et al. 2003, Zielske 1959). При этом средний срок, на который потребители запоминают конкретные ролики, составляет порядка трех месяцев (Wansink and Ray, 1992). Таким образом, статические вторичные эффекты характерны для тех ситуаций, когда фирма либо определяет свою стратегию поведения на период не более трех месяцев (пока действуют первичные эффекты), либо не принимает во внимание те первичные эффекты, действие которых изменяется во

времени. Название «статические» этому типу эффектов дано из-за того, что задача, решаемая фирмой при принятии решения, является статической (не включает в себя время как отдельную переменную), либо не учитывает возможного влияния избранной стратегии – как рыночной, так и рекламной – на потребительское поведение в последующих периодах. С точки зрения математического аппарата, используемого для анализа моделей таких рынков, задача исследования вторичных эффектов рекламного воздействия относится к задачам сравнительной статики, возникающих при анализе однократного рыночного взаимодействия (как уже говорилось, они основаны либо на оптимизационных моделях, либо на теоретико-игровых). Примерами статических вторичных эффектов являются эффект Дорфмана-Штейнера и эффект входного рекламного барьера.

В том случае, если фирмы-участники рынка планируют свою стратегию на долгосрочную перспективу, то помимо краткосрочных первичных эффектов они уже должны учитывать и долгосрочные. В зависимости от того, какие первичные эффекты доминируют на данном рынке, вторичные эффекты можно разделить на эффекты мгновенной реакции и на накопительные эффекты. Вторичные эффекты мгновенной реакции возникают на тех рынках, где поведение потребителей определяется в основном краткосрочными первичными эффектами – поведенческими, убеждающими и т.д. Одним из примеров вторичных эффектов мгновенной реакции является эффект пульсации рекламной кампании (фирмы чередуют периоды интенсивной рекламы с периодами «тишины»). Если основные первичные эффекты рекламы носят долгосрочный характер, то на рынке возникают вторичные эффекты накопительного характера. К ним относятся, например, гудвилл-эффекты и эффект управляемой рекламной диффузии. Особенности долгосрочного планирования фирмами своих стратегий обуславливают класс математических задач, к которым относится задача моделирования эффектов рекламного воздействия для таких рынков – это задачи динамики рынка, основанные на теориях оптимального управления и дифференциальных игр.

Большая часть существующих к настоящему моменту обзорных работ ограничивается описанием и классификацией именно математических моделей рекламного воздействия. Классификация таких моделей проводится, как правило, по формальным математическим свойствам, связанным с особенностями алгебраических или дифференциальных уравнений, лежащих в основе самих моделей. В двух частях настоящей работе предлагается взглянуть на вторичные эффекты рекламы и математические модели рынков, где они возникают, с тех же позиций, что и на первичные, и разделить их по схожим уровням классификации – по особенностям памяти потребителей, по преимущественному механизму воздействия на потребителей и по особенностям доставки рекламы до потребителя. При этом первая часть обзора (данная статья) посвящена вторичным эффектам, связанным с изменением модели поведения фирмы в целом, и монопольным рынкам. Таким образом, в настоящей работе описываются и систематизируются вторичные эффекты, связанные с поведением только одной фирмы (индивидуальные вторичные эффекты). Вторая же часть посвящена вторичным эффектам рекламы, возникающим на рынках с участием более чем одной фирмы, которые можно условно объединить в группу конкурентных вторичных эффектов (эффекты рекламной конкуренции).

Индивидуальные эффекты статического и бессрочного характера.

Рассматриваемые в настоящей работе модели характеризуют поведение фирм и реакцию на них совокупного спроса потребителей без учета действий фирм-конкурентов. Данные модели можно рассматривать двояко – либо как мо-

дели рекламирующей монополии, либо как модель поведения олигополиста при неизменном поведении его соперников. Данный подход имеет право на существование по нескольким причинам. Во-первых, возникновение рекламной конкуренции является эффектом более высокого уровня, затрагивающем не только потребителей и отдельно взятые фирмы, а весь рынок в целом, поэтому модели рекламной конкуренции фирм необходимо рассматривать после того, как построена модель индивидуального поведения фирм. Во-вторых, как свидетельствует подавляющее большинство существующих работ, выбор стратегий отдельной фирмой на немонапольном рынке при фиксированных стратегиях конкурентов обладает практически теми же свойствами, что и поведение монополии (по аналогии с тем, что олигополисты на классических рынках определяют свой оптимальный ответ на стратегии соперников так, как если бы были монополистами на рынке с остаточным спросом). Наконец, в-третьих, так как при наличии более чем одного производителя возникает дифференциация товара, так как потребители могут различать товар, произведенный различными фирмами. Хотя при этом товары различных производителей, как правило, предполагаются субститутами, каждый из них получает почти монопольную власть в некоторых границах, определяемых ценовой эластичностью спроса на его товар. Рекламное продвижение товара усиливает эту дифференциацию и снижает ценовую эластичность рекламируемого товара, что в еще большей степени приближает поведение фирмы к чисто монопольному.

Согласно теории первичных эффектов рекламы, наиболее радикальное различие с точки зрения влияния на принятие решения потребителем имеется между информативным и убеждающим воздействием рекламы. Информативные эффекты не оказывают воздействие на предпочтения потребителей, лишь ставят их в известность о существовании товара с соответствующим набором характеристик. Рассмотрим монопольный рынок с N одинаковыми потребителями, для каждого из которых его предпочтения порождают спрос вида $d(p)$, совокупный спрос обозначим как $D(p) = N \cdot d(p)$. Пусть изначально потребители находятся в неведении относительно товара (примером может служить ситуация вывода на рынок товара принципиально нового типа, первого в своем роде), и единственным способом узнать о нем для них является реклама. Если потребитель не знает о товаре, то он его не покупает, если же он о нем услышит, то предъявляет на него спрос в объеме $d(p)$. Пусть стратегия производителя определяется уровнем затрат A на рассылку потребителям информационных сообщений, при этом уровне затрат каждый потребитель сталкивается с рекламой с вероятностью $f(A)$, возрастающей по A . Тогда общий спрос всех потребителей примет вид $D(p, A) = f(A)D(p)$ (Butters, 1977). В такой «монопольной» постановке эластичность спроса по цене никак не реагирует на рекламные затраты фирмы.

Иной способ влияния на общий спрос имеет место при убеждающем действии рекламы. Как уже обсуждалось, одним из вариантов такого влияния является готовности каждого потребителя платить за товар. В качестве оценки готовности платить за товар для каждого потребителя возьмем цену θ , по которой он при текущем уровне дохода готов купить одну единицу товара. Опишем модель влияния рекламы на спрос формально (Bagwell, 2007). Пусть потребители распределены по параметру θ согласно распределению с функцией $F(\theta)$, каждый покупает ровно одну единицу товара. Пусть потребитель с резервной ценой θ под воздействием рекламного убеждения готов покупать одну единицу товара по цене $g(A)\theta$ ($g(0) = 1$, $g'(\cdot) > 0$). Тогда по цене p готовы купить товар те потребители, у кого $g(A)\theta \geq p$ или $\theta \geq \frac{p}{g(A)}$. Соответственно, если «неискажен-

ный» спрос определяется как $D(p, 0) = 1 - F(p)$, то в условиях рекламного воздействия он примет вид $D(p, A) = 1 - F(p/g(A))$. Ценовая эластичность спроса в этом случае уже зависит от уровня рекламы: чем интенсивнее монополист продвигает свой товар, тем менее эластичным становится спрос.

Когда фирма понимает, как ее рекламные затраты сказываются на совокупном спросе, она получает возможность планировать одновременно и ценовую, и рекламную стратегию для максимизации совокупной прибыли. Поведение такой фирмы описывается классической моделью Дорфмана-Штейнера (Dorfman, Steiner, 1954), в которой реакция потребителей на ее рекламные затраты учитывается в функции спроса вида $D(p, A): D'_p < 0, D'_A > 0$. Максимальная прибыль $\Pi(p, A) = pD(p, A) - C(D(p, A)) - A$ фирмы достигается, когда доля рекламных затрат становится равной отношению рекламной и ценовой эластичностей спроса:

$$\frac{A}{pD(p, A)} = \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_p}.$$

Данное равенство носит фундаментальный характер и носит название условия Дорфмана-Штейнера. Оптимальная цена товара, которую назначает рекламирующая фирма, определяется из условия первого порядка $\Pi'_p = 0$. Из него можно получить оценку изменения оптимальной цены в зависимости от уровня рекламы: $p'(A) = -\frac{\Pi''_{pA}}{\Pi''_{pp}}$, и т.к. для оптимальной цены $\Pi''_{pp} < 0$, то направление роста оптимальной цены как функции от уровня рекламы определяется знаком второй производной Π''_{pA} . Знак этой производной существенно зависит не только от реакции спроса на рекламу (т.е. от особенностей рекламного воздействия на потребителя), но и от технологии производства. Так, рассмотрим приведенные ранее модели влияния информативной и убеждающей рекламы. Для информативного случая $\text{sign}(p'(A)) = \text{sign} C''$, то есть появление рекламных инструментов в руках фирмы приводит к росту цены товара, если функция ее полных затрат выпукла. Иначе же оптимальная цена оказывается даже меньше, чем в «безрекламном» случае. Что касается убеждающей рекламы, то она всегда повышает цену товара, назначаемую фирмой.

Долгосрочные индивидуальные эффекты

В долгосрочном периоде реакция потребителей на поведение рекламирующей фирмы отличается в зависимости от того, какой механизм рекламного убеждения она использует. Краткосрочному убеждению соответствует группа моделей Видаля-Вольфа (модели реакции на рекламу), описывающих динамику спроса для убеждения с мгновенной потребительской реакцией (Vidale, Wolfe, 1962; Leitmann, Schmitendorf, 1978; Першин, 2013; Грачева, 2014). Долгосрочному убеждению, основанному на построении престижа товара, соответствует группа моделей Нерлова-Эрроу (модели рекламного капитала, Nerlove, Arrow, 1962; Buratto and Viscolani, 2002; Выкадоров et al, 2002, 2003; Fruchter 2009; Weber, 2005).

Вторичные эффекты мгновенной реакции. Модели Видаля-Вольфа и Сетхи. Начнем рассмотрение с модели поведения монополиста, осуществляющего краткосрочное рекламное убеждение. Для краткосрочного убеждающего действия рекламы характерно замещение, полная «подмена» исходных предпочтений потребителя на те, которые требуются производителем. Аналогичный с точки зрения результата, но иной с точки зрения механизма вариант убеждающего воздействия предполагает, что реклама в состоянии «корректировать» восприя-

тие потребителями опытных характеристик товара (Braun, 1999). Тем не менее, подобное воздействие носит мгновенный характер и без регулярного повторения быстро сходит на нет, достаточно быстро исчезая полностью.

Для динамики рыночной доли фирмы, осуществляющей подобное воздействие, эмпирически обнаружены следующие особенности (Vidale, Wolfe, 1962):

- В условиях отсутствия рекламы объем реализованной продукции снижается,
- Для каждого типа товаров существует порог рыночного насыщения
- Проводимая рекламная кампания для каждой из фирм мгновенно повышает продажи.

В соответствие каждому из этих эффектов можно поставить описывающий его показатель. Эти три показателя, и только они, оказывают статистически значимое влияние на уровень продаж. Пусть λ – экспоненциальный показатель сокращения уровня продаж при отсутствии рекламы, M – емкость рынка (порог рыночного насыщения), r – показатель реакции потребителей на рекламу. В каждый момент времени t некоторая доля новых потребителей покупает товар, одновременно с этим фиксированная доля потребителей перестает его покупать, так как они забывают виденную ранее рекламу, и ее убеждающий эффект пропадает. Таким образом, мгновенный прирост продаж товара пропорционален интенсивности рекламного воздействия, умноженной на долю потенциальных покупателей товара, минус потребители, переставшие покупать товар:

$$\dot{S}(t) = rA(t) \frac{[M - S(t)]}{M} - \lambda S(t)$$

где $A(t)$ характеризует уровень затрат на рекламу в момент t , слагаемое $\frac{[M - S(t)]}{M}$ показывает долю потенциальных покупателей (кто еще не успел купить товар в момент t), а $\lambda S(t)$ – это количество потребителей, потерявших интерес к товару. Из уравнения (1) очевидным образом следует, что вложения в рекламу оказывают мгновенное положительное влияние на прирост уровня продаж $\dot{S}(t)$.

Исследование уравнения (1) приводит к обнаружению нескольких важных эффектов, связанных с изменением оптимального поведения фирмы. Во-первых, полагая $\frac{dS(t)}{dt} = 0$, можно получить характеристику уровня вложений в рекламу, необходимого для поддержания продаж на постоянном уровне S_c : $A = \frac{\lambda S_c}{r} \frac{M}{M - S_c}$. Отсюда очевидным образом следует, что чем ближе требуемый уровень продаж к уровню насыщения, тем **больше** средства требуется инвестировать в рекламу для его поддержания.

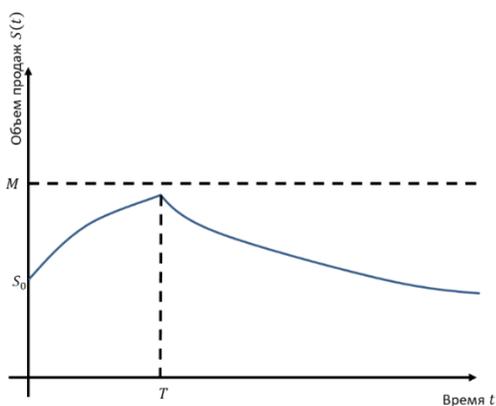


Рис. 1. Динамика продаж для однократной рекламной блиц-кампании длительности T
 Источник: составлено автором

Второй эффект, напрямую получающийся из уравнения (1) связан с динамикой продаж, порожденной рекламной кампанией простейшего вида: в течение времени $T > 0$ фирма тратит на рекламу одно и то же количество средств $A > 0$ в единицу времени, после чего реклама прекращается (так называемая блиц-кампания). В этом случае продажи товара в интервале заданы функцией:

$$S(t) = \begin{cases} M \frac{1 - e^{-(rA/M+\lambda)t}}{1 + \frac{\lambda M}{rA}} + S_0 e^{-(rA/M+\lambda)t}, & t \in [0, T] \\ S(T) e^{-\lambda(t-T)}, & t > T \end{cases}$$

Такой тип рекламной кампании порождает динамику продаж, характерный вид которой иллюстрирует Рис. 1.

На рынке, описываемом моделью Видаля-Вольфа, можно обнаружить ряд эффектов, часто встречающихся и на рынках более сложной структуры. При этом особенности такого рынка (неограниченность рекламного бюджета, наличие постоянного и конечного порога насыщения рынка) приводят к тому, что в определенных ситуациях оптимальные затраты фирмы на рекламу могут неограниченно возрастать (при приближении объема выпуска к порогу насыщения). Родственной моделью для базовой модели Видаля-Вольфа является модель Басса (Bass, 1969; Mahajan et al., 1995), которая описывает процесс диффузии убеждающего влияния рекламы, описанного Роджерсом (Rodgers, 1962). Если процесс рекламной коммуникации носит характер, сходный с процессом диффузии инноваций (например, при выводе на рынок нового товара), то оптимальная динамика рекламных затрат и цены носят тот же характер, что и для в модели Видаля-Вольфа. Что касается стационарных оптимальных значений цены и затрат на рекламу, то при использовании фирмой лишь рекламной стратегии они ниже и выше соответственно, чем при наличии у фирмы и ценовых, и рекламных инструментов (Ouardighi et al, 2018).

Если рассмотреть монопольный рынок без предположений о неограниченности бюджета фирмы и постоянном конечном пороге насыщения на рынке, то для него можно получить ряд важных результатов, характеризующих влияние краткосрочного убеждающего воздействия рекламы на поведение фирмы. Так, на подобном рынке оптимальные рекламные затраты имеют кусочно-постоянный («пульсирующий») вид. В отличие от блиц-кампании, которая предполагает непродолжительное, но интенсивное расходование средств, за которым следует «тишина», пульсирующая кампания представляет собой чередование периодов продвижения товара и периодов тишины (Sethi, 1973). Идейно обоснование оптимальности пульсационных рекламных стратегий проистекает из предположения о краткосрочности памяти потребителей: чтобы не допустить забывания потребителем рекламного сообщения, фирма с определенной частотой повторяет его. Такой подход к планированию рекламной стратегии приводит к «пульсирующему» виду функции затрат на рекламу, что и обеспечило название всему классу подобных стратегий.

Если предположить, что помимо первичного рекламного воздействия на рынке возможна коммуникация между потребителями, то оптимальное поведение фирмы уже не будет иметь пульсирующий вид. В данном случае первичные эффекты рекламного воздействия усиливается так называемым эффектом «сарафанного радио»²: часть потребителей, находясь под убеждающим воздействием рекламы, не только покупает товар, но и рассказывает о нем определенному количеству потребителей, не имевших контакта с рекламой, «транслируя» на них

² В англоязычной литературе он носит название «word-of-mouth effect»

воздействие рекламы. А те, в свою очередь, приобретают товар, хотя в условиях отсутствия «сарафанного радио» не оказались бы под воздействием первичных убеждающих эффектов. Для рынков, где потребители могут общаться друг с другом, порождая «эффект сарафанного радио», оптимальные затраты на рекламу товара имеют вид монотонной функции от времени, асимптотически сходящейся к некоторому стационарному значению (Sethi, 1983).

Модификация математической модели Видаля-Вольфа, описывающая подобный рынок, была создана Сурешем Сетхи (Sethi, 1973). В этой модели фирма-монополист максимизирует свой выигрыш на конечном временном горизонте T . Вместо общего объема продаж $S(t)$ в качестве фазовой переменной выступает $x(t) = \frac{S(t)}{M}$ – доля фирмы на рынке, а мгновенная прибыль фирмы задается в виде $\Pi(t) = \pi x(t) - u(t)$, где π – максимально возможная прибыль фирмы (при захвате всего рынка). В базовой постановке фирма выступает в роли ценополучателя и не может управлять ценой на продукцию, иными словами, цена на единицу товара равна $p = \pi/M$, а производственные издержки отсутствуют. С учетом этого, целевой функционал приведенной прибыли, который максимизирует фирма, имеет вид:

$$J(u(\cdot)) = \int_0^T (\pi x(t) - u(t)) e^{-it} dt,$$

где i – коэффициент дисконтирования. В базовой модели Сетхи (Sethi, 1973) динамика рыночной доли фирмы описывается тем же дифференциальным уравнением, что и в исходной модели Видаля-Вольфа:

$$\dot{x}(t) = \rho u(t)(1 - x(t)) - kx(t).$$

Как уже говорилось, главное отличие модели в постановке Сетхи от базовой модели Видаля-Вольфа заключается в ограниченности рекламного бюджета фирмы: $u(t) \in [0, Q] \forall t$. Из-за этого в модели Сетхи поиск оптимальной траектории рекламных затрат имеет более сложный вид (решение основано на принципе максимума Понтрягина). Тем не менее, в аналитической форме можно получить общий вид для оптимальной функции рекламных затрат:

$$u^*(t) = \begin{cases} 0, & W(t) < 0 \\ [0, Q], & W(t) = 0, \\ Q, & W(t) > 0 \end{cases}$$

где $W(t) = -1 + \lambda(t)(1 - x(t))$ – функция переключения, равная коэффициенту при переменной управления в функции Гамильтона рассматриваемой задачи ($H(t) = \pi x - u + v(\rho u(1 - x) - kx)$, $\lambda = \rho \cdot v$). Таким образом, рекламные затраты имеют кусочно-постоянный («пульсирующий») вид.

Модель Сетхи может быть достаточно просто адаптирована для того, чтобы учесть эффект «сарафанного радио». Пусть на рынке возможно неформальное общение между потребителями, приобретшими товар под воздействием рекламы, и теми, кто еще его не приобрел. В рамках этой коммуникации представители первой группы «склоняют» часть представителей второй к покупке, за счет чего доля потенциальных покупателей товара оказывается выше, чем в базовой модели, однако предельная эффективность коммуникации между потребителями падает с увеличением рыночной доли фирмы (чем больше людей уже купило товар, тем менее целесообразно кому-либо о нем рассказывать: все и так уже все знают). Для того, чтобы динамика рыночной доли удовлетворяла этому предположению, достаточно в описывающем ее дифференциальном уравнении

заменить «линейный» множитель $(1 - x(t))$ на «вогнутый» $\sqrt{1 - x(t)}$ ³. Таким образом, в модели Сетхи с учетом эффекта «сарафанного радио» динамика продаж фирмы описывается уравнением

$$\dot{x}(t) = \rho u(t)\sqrt{1 - x(t)} - kx(t),$$

где $x(t)$ – доля фирмы на рынке, $u(t)$ – вложения в рекламу (Sethi, 1983). Максимизируемый функционал прибыли имеет вид:

$$J(u(\cdot)) = \int_0^{+\infty} (\pi x(t) - u^2(t))e^{-it} dt$$

Для этой модели с помощью принципа максимума Понтрягина строится оптимальное управление в форме обратной связи:

$$u^*(x) = \frac{1}{2} \lambda \rho \sqrt{1 - x},$$

где λ и x удовлетворяют системе ОДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{\rho^2 \lambda}{2} - \left(\frac{\rho^2 \lambda}{2} - k \right) x, x(0) = x_0 \\ \dot{\lambda} = \frac{\rho^2}{4} \lambda^2 + (i + k)\lambda - \pi \end{cases}$$

Из этой системы получается стационарное решение $\bar{x}, \bar{\lambda}$ (как решение соответствующих алгебраических уравнений при $\dot{x} = \dot{\lambda} = 0$), которым соответствует оптимальное значение затрат на рекламу \bar{u} . Для того, чтобы построить оптимальную функцию рекламных затрат и траекторию рыночной доли, остается только задать начальное значение $\lambda(0) = \bar{\lambda}$. Тогда оптимальная динамика рыночной доли имеет вид:

$$x^*(t) = \bar{x} + (x_0 - \bar{x})e^{-\alpha t}$$

где $\alpha = \frac{\rho^2 \lambda}{2} + k$, а оптимальное управление, порождающее его, равно $u^*(t) = \frac{1}{2} \bar{\lambda} \rho \sqrt{1 - x^*(t)}$. Таким образом, оптимальные затраты на рекламу товара являются монотонной функцией от времени, асимптотически сходящейся к стационарному значению $\bar{u} = 0,5 \bar{\lambda} \rho \sqrt{1 - \bar{x}}$. Направление возрастания оптимальных затрат зависит от соотношения начальной x_0 и оптимальной \bar{x} рыночной долей фирмы. Если начальная доля меньше оптимальной, то $u^*(t)$ убывает, стремясь к \bar{u} , - иными словами, в начальные моменты времени монополист должен вкладывать в рекламу значительные средства, а его доля меньше необходимой, затем же с течением времени его доля становится все ближе к оптимальной, а затраты на рекламу – все меньшими. В противном случае, если изначально доля фирмы была выше оптимальной, рекламные затраты монополиста не высокие – он сознательно дает части рынка «забыть» свой товар, чтобы его доля опускалась ближе к оптимальной. При этом рекламные затраты возрастают, чтобы компенсировать слишком быстрое «забывание». При подстановке оптимальных значе-

³Иной способ учесть эффект «сарафанного радио» предложил Йоргенсен. Подход Йоргенсена отличается от подхода Сетхи тем, что межличностная коммуникация в его случае предполагается независимой от рекламной кампании фирмы: даже если рекламы товара вообще нет, потребители, купившие товар, все равно рекомендуют его к покупке тем, кто его не купил. Таким образом, первичный убеждающий эффект рекламы и эффект сарафанного радио учитываются в уравнении динамики как два независимых слагаемых: $\dot{x}(t) = \beta u(t)[1 - x(t)] + \gamma x(t)[1 - x(t)]$; $x(0) = 0$, где $x(t)$ – доля купивших товар к моменту t , β – эффективность рекламных затрат, γ – эффективность «сарафанного радио» (т.е. коэффициент доверия между потребителями). При определенных допущениях обе модели приобретают единый вид.

ний в целевой функционал он приобретает линейный по начальной рыночной доле вид: $J^*(x_0) = \bar{\lambda}x_0 + \frac{\bar{\lambda}^2 \rho^2}{4i}$. Необходимо отметить, что экспоненциальный вид динамики продаж **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, порождаемый рекламной кампанией вида **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, является оптимальным для любой структуры рынка, где основные первичные эффекты воздействия соответствуют предположениям о краткосрочности действия и наличии эффекта «сарафанного радио». Причиной этого являются именно свойства первичных эффектов рекламного воздействия: краткосрочность убеждения и возможность меж-потребительской коммуникации.

Несмотря на то, что уравнение динамики в классе моделей Видаля-Вольфа неплохо описывает краткосрочное убеждающее влияние рекламы, далеко не всегда монополист может управлять своей рыночной долей в полной мере. Для учета большого количества не контролируемых фирмой воздействий предполагается описывать их в совокупности с помощью случайного процесса типа белого шума. Базовая модель для этого подкласса также была описана Сурешем Сетхи в работе 1983 года. Максимизируемый функционал в ней тот же, что и в детерминированной модели Сетхи, а вот динамика продаж задается дифференциальным уравнением:

$$dx(t) = \left[\rho u(t) \sqrt{1-x(t)} - kx(t) \right] dt + \sigma(x(t)) d\omega, \quad (1)$$

где $d\omega$ – стандартный белый шум. Для этой постановки оптимальное управление ищется сложнее, чем для детерминированного случая. Кроме того, из-за появления случайного компонента в динамике рыночной доли оптимальное управление в форме обратной связи не является монотонной функцией от значения самой доли, однако сохраняется основное свойство оптимального управления в форме обратной связи, в случае детерминированного рынка приводившее к утверждению об оптимальности пульсирующей рекламной стратегии:

$$u^*(x(t)) \begin{cases} > \bar{u}, x(t) < \bar{x} \\ = \bar{u}, x(t) = \bar{x} \\ < \bar{u}, x(t) > \bar{x} \end{cases}$$

Помимо подхода Сетхи существует ряд других способов математически описать динамику рыночной доли. Тем не менее, оптимальное рекламное воздействие имеет в них пульсирующий вид – так как эффективность подобных стратегий является прямым следствием краткосрочности убеждающего первичного воздействия. Комбинация убеждающего и раздражающего эффектов, а также эффекта износа определяет, будет ли функция реакции потребителей на рекламные затраты вогнутой либо S-образной. Убывающая предельная эффективность затрат соответствует следующей комбинации первичных эффектов: если потребитель уже видел рекламу, и не успел ее забыть, то последующий показ ему рекламы ничего не изменит (потребитель уже убежден в том, что хочет купить товар). Предполагая, что увеличение рекламных затрат ведет к увеличению ее охвата, можно утверждать, что с ростом затрат увеличивается доля контактов с рекламой тех потребителей, кто ее недавно видел и находится под влиянием убеждающего эффекта. Иными словами, доля «полезных» контактов падает, что и приводит к снижению общей эффективности. А в худшем случае повторный показ рекламы потребителю, недавно ее видевшему и находящемуся под ее воздействием, начнет раздражать потребителя и ее убеждающий эффект существенно ослабнет. Такой комбинации первичных эффектов соответствует как раз S-образная функция реакции: при малых затратах на рекламу их предельная эффективность растет до некоторого предела (все больше потребителей

видят рекламу впервые), после чего начинает снижаться все больше и больше (появляется эффект раздражения).

Так, Махаджан и Мюллер (Mahajan and Muller, 1986) использовали S-образную функцию эффективности рекламы для поиска ответа на вопрос, эффективнее ли пульсирующая стратегия рекламной кампании, чем непрерывная. Близкий подход применялся в работе Месак (Mesak, 1992), где ВВ-модель обобщалась с использованием как S-образной, так и вогнутой функции реакции на рекламу:

$$\dot{S}(t) = \left\{ \lambda + \frac{r[u(t)]^\delta}{M} \right\} \{ \Lambda(u(t)) - S(t) \} = r[u(t)]^\delta \frac{[M - S(t)]}{M} - \lambda S(t)$$

Здесь δ – положительная константа, а $\Lambda(u(t)) \equiv r[u(t)]^\delta \left\{ \lambda + \frac{r[u(t)]^\delta}{M} \right\}^{-1}$ – функция реакции на рекламу в стационарном состоянии. $\Lambda(u(t))$ вогнута при $0 < \delta \leq 1$ и S-образна при $\delta > 1$. В своей работе Месак описывает условия, при которых пульсирующий вид функции затрат на рекламу оказывается более выгодным, чем константа, для разных видов функций реакции на рекламу (вогнутых или S-образных). При этом описываемая модель учитывает первичный эффект износа рекламы: эффективность первичного воздействия рекламы со временем быстро уменьшается. Однако слагаемое $r[u(t)]^\delta / M$ может быть заменено на функцию $f(u(t))$ общего вида (Mesak, 2002). Избавившись от дисконтирующего множителя в функции эффективности рекламных вложений, Месак изучает в этой работе характер влияния исходного уровня продаж (в момент времени $t = 0$) на итоговый результат конечной рекламной кампании для различных классов функции затрат монополиста на рекламу (дискретных и кусочно-непрерывных). Результатом работы явилось доказательство утверждения о том, что независимо от вида функции реакции рынка на рекламу оптимальное распределение ресурсов на блиц-кампанию существенно отличается от оптимальной пульсирующей или поддерживающей кампании – если уровень продаж в начале интервала планирования был ненулевым. Кроме того, в работе доказано, что общий вид оптимального распределения рекламных затрат для случая, когда продажи в начальный момент времени ненулевые, существенно отличается от аналогичного оптимального распределения, если в начале интервала планирования объем продаж был нулевым (т.е. если речь идет о выводе на рынок нового товара).

Работа Месак и Эллис (Mesak, Ellis, 2009) обобщает и подтверждает эмпирически результаты, полученные в двух предыдущих работах. В этой работе изучается эффективность рекламных кампаний пульсирующего вида для случая, когда потенциальная емкость рынка $M(t)$ изменяется во времени и имеет вогнутый вид, а функция реакции на рекламу $f(u(t))$ вогнута либо линейна. В этом случае, как показывают авторы, пульсирующая кампания является более эффективной, чем любая непрерывная. Для демонстрации корректности этих результатов, полученных аналитическим путем, была также построена эконометрическая модель на основе эмпирических данных. В основу легли данные о рекламных затратах и продажах фармацевтической компании Lydia Pinkham Medicine Company в период с 1907 по 1960 годы⁴.

⁴ Так называемый «набор данных Лидии Пинкхэм» (Lydia Pinkham data) – широко используемая при анализе рекламного поведения монополии база данных, содержащая ежегодные и ежемесячные показатели продаж и рекламных затрат. Популярность этого набора обусловлена его практически идеальным соответствием реальной рыночной ситуации предпосылкам, характеризующим рассматриваемые в настоящем параграфе рынки:

(1) согласно общему мнению, именно реклама определяет стремление купить продаваемый на рынке товар, а не внутренние предпочтения;

Иной подход к анализу пульсирующих рекламных кампаний предложен в работе Фейнберга (Feinberg, 2001). В ней предполагается, что уровень продаж изменяется во времени согласно уравнению $\dot{S}(t) = f(u(t))a(u(t)) - b(u(t))$, где $f(u(t))$ – S-образная функция. При этом S-образный вид этой функции может быть «отвязан» от свойств функций «усиления» $a(\cdot)$ и «деградации» $b(\cdot)$ уровня продаж. Максимизируемый функционал приведенной прибыли имеет тот же вид, что в классической модели Видаля-Вольфа ($\int_0^{\infty} (x - u)e^{-rt} dt$). В качестве частного случая рассматриваемой модели может выступать как классическая модель Видаля-Вольфа, в которой ($a(x) = 1 - x; b(x) = \delta x$), так и модель «заражения» (contagion, $a(x) = x(1 - x); b(x) = \delta x$). В случае классической модели существует единственное оптимальное управление, в форме обратной связи имеющее вид, аналогичный классическому: существует стационарная траектория, на которой доля рынка является постоянной (она максимизирует мгновенную чистую прибыль), и к ней сходится динамика доли фирмы при оптимальном распределении ресурсов. Для этого фирме следует увеличивать вложения в рекламу, если доля рынка ниже оптимальной, повышать – в ином случае). Принципиальное отличие модели рекламного «заражения» – в том, что функция $a(x)$ имеет не один, а два нуля – и это приводит к появлению второй стационарной траектории, лежащей ниже оптимальной доли. При этом если функция $f(u)$ имеет «существенно» S-образный вид, то эта «нижняя» стационарная траектория может быть неприбыльной (т.е. приведенная прибыль отрицательна при применении порожденного ей оптимального управления рекламными затратами), а вот в противном случае она всегда приносит неотрицательную прибыль, хотя и меньшую, чем оптимальная траектория.

Наконец, аналогично тому, как это было рассмотрено в случае статических рекламных эффектов, рассмотрим рынки, на которых монополия не является ценополучателем, а сознательно влияет на цену. Рынки такого типа наиболее близки к реальным монопольным рынкам: на них фирма может управлять и своей рекламной кампанией, и ценой, по которой продает свой товар в каждый момент времени. На таких рынках стратегия фирмы-монополиста представляет собой пару $(P(t), U(t))$, где $P(t)$ – цена на товар, а $U(t)$ – уровень рекламных затрат в момент времени t . Появление рекламы как инструмента в руках фирмы-монополиста не стимулирует ее к проведению вариативной ценовой политики. Согласно ряду исследований (например, Sethi et al, 2008), для рынков с различным видом спроса (линейный, изоэластичный по цене) оптимальная ценовая политика монополиста заключается в поддержании цены на постоянном уровне, максимизирующем приведенную прибыль. Оптимальное значение мгновенных рекламных затрат также является функцией не от времени, а только от мгновенной рыночной доли товара⁵. При этом выполняется свойство траектории рыночной доли товара при оптимальном расходовании средств на рекламу, характерное для рынков с «неуправляемой» ценой: оптимальные рекламные затраты уменьшаются с ростом рыночной доли, и чем ближе доля к 100%, тем ближе оптимальные затраты к нулю.

Формальная математическая модель такого рынка рассмотрена в работе Sethi et al (2008). Динамика рыночной доли в этой модели задается уравнением $\dot{S}(t) = \rho u(t)D(p(t))\sqrt{1 - S(t)} - \lambda S(t)$, где $S(t)$ – накопленная доля товара к

(2) в наборе данных рекламные затраты не постоянны, есть интервалы роста и сокращения;

(3) на рынке всего один производитель, поэтому конкуренции нет;

(4) на протяжении всего периода наблюдения цена практически не меняется.

⁵ То есть имеет форму обратной связи.

моменту t , $p(t)$ – цена на товар в этот момент, а $D(p(t))$ – спрос на товар в зависимости от цены (спрос убывает: $D'(p) < 0$). Затраты на рекламу предполагаются квадратичными, они равны $[u(t)]^2$, а спрос – либо линейным ($D(p(t)) = 1 - \eta p(t)$, $\eta > 0$), либо имеющим постоянную эластичность по цене ($D(p(t)) = [p(t)]^{-\eta}$, $\eta > 1$). Таким образом, максимизируемый функционал приведенной прибыли имеет вид

$$J(u(\cdot), p(\cdot)) = \int_0^{+\infty} (p(t)\dot{S}(t) - u^2(t)) e^{-rt} dt$$

Оптимальная динамика цен в такой модели представляет собой константу, а рекламная кампания имеет вид, аналогичный виду **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, что приводит к динамике продаж, схожей с **Ошибка! Источник ссылки не найден.**:

$$p^*(t) \equiv \alpha \\ u^*(t) = \beta \sqrt{1 - x(t)}$$

Постоянные α и β являются функциями от параметров модели и имеют разный вид для различного вида функции спроса. Однако вне зависимости от спроса прибыль фирмы и оптимальная цена убывают с ростом коэффициента дисконтирования r и растут при увеличении показателя реакции на рекламу ρ . В случае линейного спроса коэффициент ценовой чувствительности оказывает заметное влияние на стратегию монополиста: и прибыль, и цена на товар и оптимальные рекламные затраты тем выше, чем ниже этот показатель. Если же спрос имеет постоянную эластичность по цене, то возможны два варианта: если показатель эластичности мал, то наблюдаются те же эффекты, в противном случае эффекты диаметрально противоположные.

Вторичные эффекты долгосрочного убеждения и гудвилл-модели. Поведение производителей, реклама которых основана на долгосрочном убеждении и создании престижа потребления рекламируемого товара, описывают модели Нерлова-Эрроу. Базовой концепцией в таких моделях является гудвилл – нематериальная характеристика товара, запас которой представляет собой совокупность всего рекламного воздействия, совершенного фирмой к текущему моменту с учетом постепенного забывания: чем раньше было совершено воздействие, тем меньше его вклад в текущий запас. Сам гудвилл обладает свойством капитального блага, аналогично широко распространенному в макроэкономической литературе капиталу бренда (Belo et al., 2014; Vitorino, 2014).

Пусть спрос на товар зависит от цены, запаса гудвилла и факторов, неподконтрольных фирме. Будучи монополистом, фирма в одиночку удовлетворяет весь спрос, таким образом, объем её производства также является функцией от этих показателей: $q = f(p, A, Z)$. Производство товара в объеме q связано с издержками $C(q)$. Таким образом, прибыль фирмы в момент t равна разности ее чистой выручки $p(t) \cdot f(p(t), A(t), Z(t))$ и затрат – на производство $C(f(p(t), A(t), Z(t)))$ и на рекламу $a(t)$. Задача монополиста заключается в максимизации приведенной прибыли на бесконечном горизонте планирования:

$$V\{A, p\} = \int_0^{+\infty} \pi(p(t), A(t), Z(t)) e^{-\alpha t} dt,$$

где $p(t) \cdot f(p(t), A(t), Z(t)) - C(f(p(t), A(t), Z(t))) - a(t)$ – мгновенная прибыль монополиста в момент времени t , α – коэффициент дисконтирования. Оп-

тимальные траектории $(p(t), a(t))$ являются решением задачи оптимального управления:

$$V\{A, p\} \rightarrow \max$$

при ограничениях

$$\begin{cases} \dot{A}(t) = a(t) - \delta A(t) \\ A(0) = A_0 \\ p(0) = p_0 \end{cases}$$

Максимизируемый функционал прибыли зависит только от текущего значения цены, кроме того, поиск оптимального управления можно проводить в два этапа: сначала найти оптимальную цену $\hat{p}(A)$ как функцию от запаса гудвилла (полагая A фиксированным), а после решить задачу относительно $a(t)$, по нему восстановив всю траекторию $\hat{p}(A(t))$. Оптимальная цена максимизирует мгновенную чистую прибыль во все моменты:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 0 \Leftrightarrow (p - C') \frac{\partial f}{\partial p} + f(p, A, Z) = 0$$

Это условие можно рассмотреть как уравнение относительно переменной p при фиксированных значениях параметра A , и решить его, получив функцию $\hat{p}(A)$. Подставив ее в выражение для приведенной прибыли $V\{A, p\}$, получим новый функционал для максимизации, уже по одной переменной управления $\hat{V}\{A\} = V\{A, \hat{p}(A)\}$.

Решение этой задачи существует при определенных предположениях (существует предел $\lim_{t \rightarrow \infty} A(t)e^{-\alpha t}$, чистая прибыль является унимодальной функцией от переменной A с максимумом в точке A^* и убывает при достаточно больших значениях A). Оптимальная схема рекламной кампании как решение задачи максимизации приведенной прибыли напрямую связано с решением $A^*(t) = A^*(Z(t))$ задачи максимизации мгновенной чистой прибыли при фиксированном уровне $Z(t)$. Для этого значения выполнен аналог условия Дорфмана-Штейнера с учетом деградации гудвилла и дисконтирования дохода:

$$\frac{A^*}{pq} = \frac{\beta}{\eta(\alpha + \delta)}$$

где η – эластичность спроса по цене, а β – по запасу гудвилла.

В условиях стационарной окружающей среды параметр z является константой. Тогда решение задачи принимает предельно простой вид: если начальный запас гудвилла не больше оптимального ($A_0 \leq A^*$), оптимальные вложения в рекламу либо являются почти всюду постоянными и равны $a^* = \delta A^*$ (кроме точки $t = 0$, где необходимо $a^* \rightarrow +\infty$), в противном случае они кусочно-постоянны и имеют вид:

$$a^*(t) = \begin{cases} 0, & t \leq \frac{1}{\delta} \ln \frac{A_0}{A^*} \\ \delta A^*, & \text{иначе} \end{cases}$$

Этот результат и означает, что оптимальная рекламная стратегия монополии связана с поддержанием уровня гудвилла на постоянном уровне, определяемому согласно условию Дорфмана-Штейнера. Так, если запас гудвилла «на старте» меньше оптимального, то фирме стоит подождать и не продвигать товар до тех пор, пока запас гудвилл, убывающий экспоненциально со скоростью $A_0 e^{-\delta t}$, не опустится до оптимального значения A^* , после чего с помощью постоянных вложений (равных мгновенному объему пропадающего гудвилла) поддерживать его на этом уровне. Если же запас ниже оптимального, то фирме стоит произвести максимально возможное «вливание» средств в рекламу в крат-

чайший период после начального момента времени, доведя запас гудвилла до оптимального, после чего так же поддерживать этот уровень постоянным.

В случае динамически изменяющейся ситуации на рынке ($z(t) \neq const$) решение имеет аналогичный (хотя и более сложный) вид. При выполнении дополнительных условий существования⁶, оптимальная динамика $A(t)$ гудвилла имеет следующий вид. Если $A_0 < A^*(z(0))$, то в начальный момент времени она претерпевает скачок от A_0 до $A^*(z(0))$, после чего совпадает с $A^*(z(t))$. Если $A_0 = A^*(z(0))$, то $A(t) = A^*(z(t))$. Наконец, если начальный запас гудвилла больше оптимального для внешних условий в нулевой момент времени ($A_0 > A^*(z(0))$), то возможны два варианта. Если при отсутствии рекламного воздействия запас гудвилла когда-нибудь упадет до оптимального в текущих условиях уровня, то есть уравнение

$$A_0 e^{-\delta t} = A^*(z(t))$$

имеет решение τ , то $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ при $t \leq \tau$ и $A(t) = A^*(z(t))$ при $t > \tau$. Если же это уравнение не имеет решений, то при любом t $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$. Мгновенные вложения в рекламу $a(t)$, обеспечивающие такую динамику гудвилла, имеют вид:

$$a(t) = \begin{cases} +\infty, \text{ если } t = 0 \text{ и } A_0 < A^*(z(0)) \\ 0, \text{ если } 0 \leq t \leq \tau \text{ и } (\sim) \text{ имеет решение} \\ \frac{\partial}{\partial t} [A^*(z(t))] - \delta A^*(z(t)) \text{ во всех иных случаях} \end{cases}$$

Этот результат является обобщением результата для случая стационарной ситуации на рынке, и имеет аналогичную интерпретацию: рекламная стратегия монополии должна приводить запас гудвилла к оптимальному для данных условий значению в кратчайшие сроки, после чего поддерживать это значение с учетом изменения параметра $z(t)$. Такая схема «поддерживающей» рекламной кампании существенно отличается от пульсирующей кампании, которая является оптимальной для рынков с преобладанием краткосрочных первичных эффектов.

Предположим, что рекламные затраты влияют на прирост гудвилла не линейно. Так происходит, например, если среди первичных эффектов рекламного воздействия присутствуют те, что связаны с изменением эффективности при увеличении интенсивности. К таким первичным эффектам относится эффект раздражения от рекламы. Кроме того, если среди первичных эффектов рекламы есть информирующий, то с ростом интенсивности кампании ее эффективность снижается, так как информирующий эффект пропадает (потребители уже получили все знания о товаре, поэтому дальше действуют только убеждающие эффекты). Наличие дополнительных первичных эффектов изменяет основное дифференциальное уравнение динамики гудвилла, которое принимает вид $\dot{A}(t) = f(u(t)) - \delta A(t)$. Однако, как показывают результаты ряда исследований (Buratto and Viscolani 1994, 2002; Вукаторов et al, 2002, 2003) для тех первичных эффектов, при которых функция $f: [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$ является возрастающей и вогнутой, сохраняются все эффекты и результаты, полученные для базового рынка ($f(u) = u$). Наиболее распространенные дополнительные первичные эффекты – раздражение, рост информированности потребителей – относятся именно к этому классу.

⁶ 1. $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\delta t} A^*(z(t)) = 0$, где $A^*(z)$ – оптимальный уровень гудвилла как функция от переменной z

2. $A^*(z(t)) + \delta A^*(z(t)) \geq 0$ для всех $t \geq 0$

Даже будучи монополистом, фирма далеко не всегда может управлять ситуацией на рынке в полной мере. Принципиальная неуправляемость и зависимость ситуации от большого количества плохо прогнозируемых факторов традиционно приводит к предположению о наличии случайностей, влияющих на рынок. Учет подобных случайностей приводит к тому, что уравнения, описывающие динамику рынка, включают в себя стохастические компоненты. При этом фирма, действующая на рынке, очевидно, обязана учитывать подобные случайные эффекты при определении своей рекламной кампании. Иными словами, вторичные эффекты рекламы даже для одного и того же рынка в «детерминированных» условиях и в условиях случайного воздействия могут отличаться. В предыдущем разделе обсуждалось, как трансформируется рекламная стратегия монополиста в условиях, когда доминирующие первичные эффекты носят краткосрочный характер. Динамика продаж описывалась стохастическим дифференциальным уравнением, которое отличалось от базового уравнения лишь наличием члена $d\omega$, соответствующего стандартному белому шуму. Для рынков с долгосрочными первичными эффектами рекламы случайные эффекты учитываются аналогичным способом: основное уравнение динамики гудвилла представляет собой уравнение модели Нерлова-Эрроу с добавлением «случайного» члена (Rao 1986; Rishel 1985; Tapiero, 1975a; Tapiero, 1975b):

$$dA(t) = [a(t) - \delta A(t)]dt + \sigma d\omega(t),$$

где $d\omega(t)$ – приращение случайного процесса $\omega(t)$, свойства которого зависят от характера случайностей, имеющих место на конкретном рассматриваемом рынке. В частности, если предполагать, что случайный процесс обладает свойствами процесса Орнштейна-Уленбека, то получающаяся динамика соответствует модели рекламной динамики Блаттберга-Желанда (Blattberg, Jeuland, 1981)⁷. Кроме того, дискретным аналогом стохастической модели Нерлова-Эрроу, описывающим динамику продаж товара как функцию от рекламных затрат в течение предыдущих периодов, является хорошо известная в эконометрике модель Койка (Койк, 1954; Franses, van Oest, 2004), основанная на представлении продаж в виде временного ряда с распределенным лагом, где коэффициенты при лаговых переменных убывают в геометрической прогрессии. Модель Койка носит преимущественно эконометрический характер – она родилась из применения ARMAX-модели к анализу набора данных Лидии Пинкхэм. Эта модель базируется на так называемом эффекте переноса («carry-over effect») – и в зависимости от длины лага этот эффект может быть краткосрочным или долгосрочным. Суть этого эффекта заключается в том, что возникает статистически значимое влияние текущих продаж на будущие продажи, вследствие приобретения лояльности потребителей к торговой марке или бренду. Эффект переноса усиливает влияние рекламных затрат на прирост запаса гудвилла.

Как правило, на реальных рынках на гудвилл бренда (или напрямую на продажи) оказывает влияние не только уровень рекламного воздействия, оказываемого фирмой, но и предлагаемая ей цена продажи товара. Более того, цена товара традиционно рассматривается как важнейший компонент рыночной стратегии любой фирмы, и поэтому было бы ошибкой не рассмотреть особенности взаимного влияния рекламной и ценовой стратегий фирм. Эффекты такого взаимовлияния можно разделить на два типа: эффекты сигнала о свойствах товара и операционно-маркетинговые эффекты.

⁷ В работе (Rao 1986) и вовсе доказываемая эквивалентность этой модели стохастической модификации модели Нерлова-Эрроу

Вторичные сигнальные эффекты возникают на тех рынках, где существует первичный эффект сигнала: потребители формируют свои предположения о свойствах товара на основе интенсивности рекламы, цены товара и его популярности (оцениваемой по его рыночной доле). Рассмотрим простейший случай: товар на рынке обладает ровно одной характеристикой – «качеством». В этом случае потребитель, не сталкивавшийся с товаром ранее, может использовать запас гудвилла для оценки качества товара (Fruchter, 2009). На гудвилл – и, следовательно, на воспринимаемый уровень качества – влияют уровень цены товара и вся реклама, сделанная к настоящему моменту. При этом цена выступает одновременно в двух качествах – и как сигнал качества, и как часть бюджетного ограничения для задачи потребителя, в то время как интенсивность рекламы – только как сигнал качества. Если уровень ожидаемого потребителями качества товара (т.е. текущий запас гудвилла) достаточно высок, и цена товара оказывается ограничением для увеличения спроса, то фирме выгодно за счет увеличения затрат на рекламу еще сильнее повысить этот уровень. Классическая НЭ-модель для такого рынка модифицируется до вида $\dot{A}(t) = kp(t) + pu(t) - \delta A(t)$ (начальное условие: $A(0) = A_0$). При этом переменная $A(t)$ – воспринимаемый потребителем уровень качества товара рассматриваемого бренда в момент времени t (интерпретируется как накопленный гудвилл к этому моменту), а постоянные k и p описывают уровень непосредственного влияния цены и рекламы на воспринимаемый уровень качества. Последний коэффициент – δ – показывает интенсивность «естественного» воспринимаемого потребителем качества, связанного с «уставанием» от одного и того же бренда. Уровень продаж $S(p(t), A(t))$ в рассматриваемой работе является убывающей функцией от цены $p(t)$, и возрастающей – от гудвилла $A(t)$ (как оценки уровня качества товара).

Однако, как правило, на принятие решения потребителем цена товара оказывает прямое и непосредственное влияние. Например, Спреманном (Spremann, 1985) вводится понятие репутации производителя как сигнала о качестве предлагаемого им товара, который зависит от соотношения цены и качества с точки зрения уже купивших этот товар потребителей и от количества уже приобретенного ими товара: $S(t) = p(t)^{-\eta} A(t)^{\omega} \phi(R(t))$, $\dot{A}(t) = u(t) - \delta A(t)$, $\dot{R}(t) = h\left(\frac{p^0}{p(t)}\right) S(t) - \gamma R(t)$, где $R(t)$ – репутация фирмы, p^0 – фиксированная референсная цена (относительно которой потребители оценивают товар), а γ характеризует уровень естественного ухудшения репутации. Кроме того, $h\left(\frac{p^0}{p(t)}\right) < (\geq) 0$ при $p^0 < (\geq) p(t)$. Анализ этой модели показал, что повышение цены выше цены отсчета снижает уровень продаж, который, в свою очередь, снижает репутацию фирмы (то есть запас гудвилла) – даже без изменения качества или рекламной политики. Для того, чтобы избежать подобного эффекта, в работе Фейхтингер (Feichtinger et al., 1988) предполагается двухэтапная модель принятия потребителем решения. В работе Конрада (Conrad, 1985) рассматривается модель с асимметричной информацией, в которой качество товара становится известным потребителю только после покупки, при этом оптимальная стратегия фирмы (максимизирующая итоговую прибыль) состоит из количества товара, уровня его качества и интенсивности рекламной кампании.

Работа Ламбертини (Lambertini, 2005) посвящена исследованию задачи об оптимальных вложениях в рекламу в модели пространственной монополии, кроме того, в ней рассматривается различие между общественно-оптимальным поведением социального планировщика и оптимальной стратегией монополии, максимизирующей собственную прибыль. Рекламная динамика в

рассматриваемой модели задается уравнением $\dot{p}_r(t) = \delta_1 \sqrt{u(t)} - \delta_2 p_r(t)$ при $\delta_1 > 0$, где $p_r(t)$ – резервная цена потребителя (т.е. показатель желания покупателя платить за товар), δ_2 – постоянный уровень забывания, который влияет на желание платить за товар. Социальный планировщик при такой динамике решает задачу максимизации приведенного общественного благосостояния, которое в обсуждаемой модели задается в виде:

$$\int_0^{\infty} e^{-\gamma t} [S_W(t) - \rho u(t)] dt$$

Здесь $\rho u(t)$ описывает затраты на рекламу, а $S_W(t)$ – мгновенное (в момент t) общественное благосостояние, равное сумме мгновенной выручки фирмы-планировщика $R(t)$ и сюрплуса потребителей $C_S(t)$, $S_W(t) = R(t) + C_S(t)$. Задача же монополии – максимизация приведенной прибыли $\int_0^{\infty} e^{-\gamma t} [R(t) - \rho u(t)] dt$. Для различного вида функций $R(t)$ и $C_S(t)$ Ламбертини находит оптимальные стратегии рекламной кампании в зависимости от того, кем является фирма, принимающая решение – социальным планировщиком или классическим монополистом.

Работа Гроссет и Висколани (Grosset and Viscolani, 2009) посвящена оптимальному рекламному поведению фирмы на рынке однородного товара с постоянным внешним воздействием, снижающим желание потребителей приобретать товар (т.е. снижающим запас гудвилла). При этом значения переменной $A(t)$ – запаса накопленного гудвилла – может быть отрицательным, и это ведет к нулевому спросу на товар. Для описания такого рынка классическая НЭ-модель модифицируется до вида $\dot{A}(t) = \gamma_1 u(t) - \gamma_2 - \delta A(t)$, при $A(0) = A_0 > 0$, где γ_1 – эффективность рекламы, γ_2 – постоянное внешнее воздействие (входит в уравнение со знаком минус), а δ – коэффициент деградации гудвилла. Слагаемое $\gamma_1 u(t) - \gamma_2$ в этом уравнении характеризует эффективный уровень рекламного воздействия на потребителей с учетом внешнего воздействия, оно может принимать как положительные, так и отрицательные значения и в последнем случае приводит к отрицательному запасу гудвилла. Связь между гудвиллом и спросом на товар задается с помощью кусочно-линейной функции $S(A(t)) = \beta \cdot \max\{0, A(t)\}$, где $\beta > 0$ – предельный спрос при уровне гудвилла $A(t)$ при условии его положительности.

Вебер (Weber, 2005) рассматривается задача организации оптимальной рекламной кампании для рынка долговечного товара на бесконечном горизонте планирования. Особенностью рассматриваемой модели является учет эффекта замещающих продаж из-за устаревания ранее купленного товара через характерный промежуток времени $\frac{1}{\beta}$ (время жизни продукта). Динамика гудвилла описывается уравнением $\dot{A}(t) = [u(t)]^k - \alpha A(t)$, где параметры $\alpha > 0$, $k \in (0, 1)$ отражают влияние убывающей отдачи от затрат на рекламу. Также в этой работе рассматривается и модификация другой классической модели рекламной динамики, модели Видаля-Вольфа. В этом модели доля потребителей, использующих продукцию рассматриваемой фирмы, изменяется во времени согласно уравнению $\dot{x}(t) = [1 - x(t)]A(t) - \beta x(t)$, в котором слагаемое $[1 - x(t)]A(t)$ характеризует «новые» продажи товара, а слагаемое $\beta x(t)$, взятое со знаком минус, – устаревание и выход из строя продукции, приобретенной ими ранее. Приведенная прибыль производителя имеет вид:

$$\int_0^{\infty} e^{-\rho t} p [[1 - x(t)] A(t) - cu] dt,$$

где c – издержки на рекламу, а p – цена на товар, полагаемая фиксированной. В рассматриваемой модели существует целое множество стационарных состояний $S = \left\{ (x, A) \mid x = \frac{A}{A+\beta} \right\}$ в пространстве (x, A) , определяемое из условия $\dot{x}(t) = 0$.

Существует единственное значение x_b^0 , максимизирующим подынтегральное выражение на множестве S . Кроме того, существует «традиционное» стационарное решение исходной оптимизационной задачи (x_*^0, u_*^0) , которое, вообще говоря, отличается от x_b^0 . Существование двух различных «квази-оптимальных» точек может привести к тому, например, что фирме, стартуя при $t = 0$ из x_b^0 может быть выгодно перевести рынок в некоторое выгодное, но неустойчивое состояние перед тем, как ее доля начнет приближаться к x_*^0 при $t \rightarrow \infty$.

Заключение

В данной статье рассмотрены вторичные эффекты индивидуального уровня. Они связаны с поведением отдельных фирм за счет появления у них в руках рекламных инструментов. Использование этих инструментов приводит к появлению специфических стратегий рекламной и маркетинговой деятельности, невозможных в условиях отсутствия института рекламы, а также к изменению оптимальных ценовых стратегий фирмы по сравнению с «безрекламным» случаем. Классификация таких эффектов, приводимая в настоящей работе, опирается на несколько базовых принципов. Во-первых, важным критерием является временной горизонт их действия, в соответствии с которым выделены три принципиально отличных класса эффектов: статические (вневременные), краткосрочные и долгосрочные. Примером статических индивидуальных эффектов является принцип Дорфмана-Штейнера (доля рекламных затрат становится равной отношению рекламной и ценовой эластичностей спроса). Кратко- и долгосрочные эффекты связаны с динамикой вложений фирм в рекламу и порождаются рекламой, оказывающей на потребителей соответственно кратко- и долгосрочные первичные эффекты. Для описания индивидуальных вторичных эффектов краткосрочного характера традиционно используется класс моделей оптимального управления Видаля-Вольфа (помимо одноименной модели включающий в себя модель Сетхи и их стохастические модификации). Подобные модели хорошо описывают динамику FMCG-рынков, на которых важнейшим вторичным эффектом является оптимальность пульсирующих рекламных кампаний – прямое следствие краткосрочности убеждающего первичного воздействия. Учет долгосрочных первичных эффектов – в первую очередь, накопительного эффекта престижа и эффекта раздражения от рекламы – порождает модель рекламной динамики Нерлова-Эрроу, оптимальные стратегии фирмы в которой демонстрируют долгосрочные вторичные эффекты. Одним из таких эффектов является появление гудвилла, для потребителей выполняющего роль новой, «престижной» характеристики рекламируемого товара, а для фирмы – роль капитального блага. Вложения в рекламу позволяют фирме повышать общий запас гудвилла, что в итоге дает ей возможность назначать цену выше, чем она могла бы выбрать без возможности рекламировать. Кроме того, потребитель, не сталкивавшийся с товаром ранее, может использовать запас гудвилла для оценки качества товара, что представляет собой неконкурентный вариант сигнального эффекта рекламы.

В то же время, многие вторичные эффекты в значительной степени порождаются не выбором фирмами собственных рекламных и ценовых стратегий,

но и влиянием на них аналогичных стратегий их конкурентов – как истинных, так и ожидаемых. Речь идет об эффектах рекламной конкуренции, обзору которых посвящена следующая часть данного цикла обзорных статей. При этом, несмотря на принципиальное отличие многих эффектов рекламной коммуникации от эффектов индивидуального уровня, их классификация носит во многом похожий характер. Причина этого сходства кроется в том, что вне зависимости от структуры множества фирм на рынке вторичные эффекты являются следствием эффектов первичных. Поэтому индивидуальные и конкурентные вторичные эффекты, порожденные одними и теми же первичными эффектами, обладают многими общими чертами и могут описываться схожими математическими моделями.

Список источников / References

1. Schmalensee R. (1972) *The Economics of Advertising* Amsterdam, North Holland Publishers
2. Roberts, M., Samuelson, L. (1988) An Empirical Analysis of Dynamic, Nonprice Competition in an Oligopolistic Industry. *RAND Journal of Economics*, Vol. 19, pp. 200-219.
3. Guadagni, P., Little, J. (1983) A Logit Model Of Brand Choice Calibrated On Scanner Data. *Marketing Science*, Vol. 2 (1983), pp. 206-238
4. Erdem, T., Keane, M. (1996) Decision-Making Under Uncertainty: Capturing Dynamic Brand Choices In Turbulent Consumer Goods Markets. *Marketing Science*, Vol. 15 (1996), pp. 1-20.
5. Grossman G., Shapiro, C. (1984) Informative Advertising With Differentiated Products. *Review Of Economic Studies*, Vol. 51 (1984), pp. 63-81
6. Keller K.L. (1987) Memory factors in advertising: The effect of advertising retrieval cues on brand evaluations. *J. Consumer Res.* 14(December):316–333
7. Unnava H.R., Burnkrant R.E. (1991) An imagery-processing view of the role of pictures in print advertisements. *J. Marketing Res.* 28(May): 226–231.
8. Pieters R.G.M., Bijmolt T.H.A. (1997) Consumer memory for television advertising: A field study of duration, serial position, and competition effects. *J. Consumer Res.* 23(March):362–372.
9. Janiszewski C., Noel H., Sawyer A.G. (2003). A meta-analysis of the spacing effect in verbal learning: Implications for research on advertising repetition and consumer memory. *J. Consumer Res.* 30(June):138–149.
10. Zielske H.A. (1959) The remembering and forgetting of advertising. *J. Marketing* 23(3):239–243.
11. Butters, G.R. (1977) Equilibrium distributions of sales and advertising prices // *Review of Economic Studies*, 44(3) (1977) 465-91.
12. Bagwell, K. (2007) *The economic analysis of advertising* (2007). M. Armstrong, R. Porter (Eds.), *Handbook of Industrial Organization*, vol. 3, Elsevier, Amsterdam (2007), pp. 1701–1844
13. Dorfman R., Steiner P. O. (1954) Optimal advertising and optimal quality // *The American Economic Review*. 1954. Vol. 44 (5). 826-836.
14. Vidale, L., Wolfe, H. B. (1957) An operations-research study of sales response to advertising // *Operations Research*, 1957. Vol. 5(3), 370-381.
15. G. Leitmann and W. E. Schmitendorf. (1978) Profit maximization through advertising: A nonzero sum differential game approach. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 3(4):645.650, 1978.
16. Грачева С. С. (2014) Оптимизация рекламной стратегии компании для случая нелинейной функции спроса // *Вестник Самарского государственного университета. Серия «Экономика и управление»*. 2014. Т.2 (113), 180-185.

17. Першин М. А. (2013) Методы определения рекламного бюджета фирмы // *Современные тенденции в экономике и управлении: новый взгляд*. 2013. №. 2. 54-62
18. Nerlove M., Arrow K. J. Optimal advertising policy under dynamic conditions // *Economica*. New Series. 1962. Vol. 29 (114), 129-142.
- A. Buratto and B. Viscolani. (2002) New product introduction: Goodwill, time, and advertising cost. *Mathematical Methods of Operations Research*, 55(1):55.68, 2002
19. Bykadorov, I., Ellero, A., & Moretti, E. (2002). Minimization of communication expenditure for seasonal products. *RAIRO-Operations Research*, 36(2), 109-127.
20. Bykadorov, I., Ellero, A., & Moretti, E. (2003). A model for the marketing of a seasonal product with different goodwills for consumer and retailer. *Journal of Statistics and Management Systems*, 6(1), 115-133.
21. G. E. Fruchter. (2009) Signaling quality: Dynamic price-advertising model. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 143(3):479.496, 2009
22. T. A. Weber. (2005) Infinite-horizon optimal advertising in a market for durable goods. *Optimal Control Applications and Methods*, 26(6):307.336, 2005
23. Braun K. A. (1999) Postexperience advertising effects on consumer memory // *Journal of Consumer Research*. – 1999. – Т. 25. – №. 4. – С. 319-334.
24. F. M. Bass. (1969) A new product growth for model consumer durables. *Management Science*, 15(5):215-227, 1969.
25. V. Mahajan, E. Muller, and F. M. Bass. (1995) Diffusion of new products: Empirical generalizations and managerial uses. *Marketing Science*, 14(3):G79.G88, 1995
26. Rogers, Everett M. (1962). *Diffusion of innovations* (1st ed.). New York: Free Press of Glencoe
27. El Ouardighi, F., Feichtinger, G., & Fruchter, G. E. (2018). Accelerating the diffusion of innovations under mixed word of mouth through marketing–operations interaction. *Annals of Operations Research*, 264(1-2), 435-458.
28. S. P. Sethi. (1973) Optimal control of the Vidale-Wolfe advertising model. *Operations Research*, 21(4):998.1013, July-August 1973.
29. S. P. Sethi. (1983) Deterministic and stochastic optimization of a dynamic advertising model. *Optimal Control Application and Methods*, 4(2):179.184, 1983
30. V. Mahajan and E. Muller. (1986) Advertising pulsing policies for generating awareness for new products. *Marketing Science*, 5(2):89.106, 1986.
31. H. I. Mesak. (1992) An aggregate advertising pulsing model with wearout effects. *Marketing Science*, 11(3):310.325, 1992
32. H. I. Mesak. (2002) On the impact of initial performance on the effectiveness of advertising pulsation policies. *Journal of the Operational Research Society*, 53(11):1247.1255, 2002.
33. H. I. Mesak and T. S. Ellis. (2009) On the superiority of pulsing under a concave advertising market potential function. *European Journal of Operational Research*, 194:608.627, 2009
34. F. M. Feinberg. (2001) On continuous-time optimal advertising under S-shaped response. *Management Science*, 47(11):1476.1487, 2001.
35. S. P. Sethi, A. Prasad, and X. He. (2008) Optimal advertising and pricing in a new-product adoption model. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 139(2):351.360, 2008
36. Belo F., Lin X., Vitorino M. A. (2014) Brand capital and firm value // *Review of Economic Dynamics*. 2014. Vol. 17(1). 150-169.
37. Vitorino M. A. (2013) Understanding the effect of advertising on stock returns and firm value: theory and evidence from a structural model // *Management Science*. 2013. Vol. 60 (1), 227-245.
- A. Buratto and B. Viscolani. (1994) An optimal control student problem and a marketing counterpart. *Mathematical and Computer Modelling*, 20(6):19-33, 1994.
38. R. C. Rao. (1986) Estimating continuous time advertising-sales models. *Marketing Science*, 5(2):125. 142, 1986

39. R. Rishel. (1985) A partially observed advertising model. In G. Feichtinger, editor, *Optimal Control Theory and Economic Analysis*, pages 253.262. North-Holland, Amsterdam, 1985
40. A.S. Tapiero. (1975a) On-line and adaptive optimum advertising control by a diffusion approximation. *Operations Research*, 23(5):890.907, 1975.
41. A.S. Tapiero. (1975b) Optimal advertising and goodwill under uncertainty. Technical Report 50, Graduate School of Business, Columbia University, New York, 1975.
42. Blattberg, R. C., & Jeuland, A. P. (1981). A micromodeling approach to investigate the advertising-sales relationship. *Management Science*, 27(9), 988-1005.
43. Koyck, L.M. *Distributed Lags and Investment Analysis*. Amsterdam: North-Holland, 1954.
44. Franses P. H., van Oest R. (2004) On the econometrics of the Koyck model // Erasmus University Rotterdam, Erasmus School of Economics (ESE), Econometric Institute. 2004. № EI 2004-07
45. G. E. Fruchter. (2009) Signaling quality: Dynamic price-advertising model. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 143(3):479.496, 2009
46. K. Spremann. (1985) Hybrid product life cycles and the Nerlove-Arrow model. In G. Feichtinger, editor, *Optimal Control Theory and Economic Analysis*, pages 235.252. North-Holland, Amsterdam, 1985
47. G. Feichtinger, A. Luhmer, and G. Sorger. (1988) Optimal price and advertising policy for a convenience goods retailer. *Marketing Science*, 7(2):187.201, 1988
48. K. Conrad. (1985) Quality, advertising and the formation of goodwill under dynamic conditions. In G. Feichtinger, editor, *Optimal Control Theory and Economic Analysis*, chapter 2, pages 215-234. North-Holland, Amsterdam, 1985.
49. L. Lambertini. (2005) Advertising in a dynamic spatial monopoly. *European Journal of Operational Research*, 166(2):547.556, 2005.
50. L. Grosset and B. Viscolani. (2009) Optimal dynamic advertising with an adverse exogenous effect on brand goodwill. *Automatica*, 45(4):863.870, 2009.

Сведения об авторе / About author

Варганов Сергей Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры эконометрики и математических методов экономики Московской школы экономики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова. 119234 Россия, Москва, Ленинские Горы, д.1, стр. 61. *E-mail: sergvart@gmail.com*

Sergey A. Vartanov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Chair of Econometrics and Mathematical Methods in Economics, Moscow School of Economics, Lomonosov Moscow State University. Bldg. 61, 1 Lenin Hills, Moscow, Russia 119234.

E-mail: sergvart@gmail.com