Макроэкономическая модель роста технологического прогресса с учётом временного запаздывания в обновлении технологий

Талгат Кильматов

Дальневосточный федеральный университет,
г. Владивосток, Россия

Информация о статье
Поступила в редакцию:
20.08.2022
Принята к опубликованию:
03.10.2022

УДК 334.01

JEL 531, C02

Ключевые слова:
научно-технический прогресс, временное запаздывание, технологическая изоляция, дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом.

Аннотация
Построена динамическая модель взаимодействия двух экономических агентов в области научно–технического прогресса. Моделирование основано на дифференциальных уравнениях с отклоняющимся аргументом. Рассмотрены сценарии, когда технологически отстающий агент имеет возможность догнать передового агента. Выделяются два параметра модели – учёт временного запаздывания во внедрении передовых технологий; степень кооперации или изоляции в процессе научно-технического обмена. Демонстрируется важность этих параметров на обеспечение опережающего роста.

Macroeconomic Model of Technological Growth Taking into Account the Delay in Technological Renovation

Talgat R. Kilmatov

Keywords:
scientific and technological progress, time delay, technological isolation, differential-difference equations.

Abstract
The dynamic interaction model of two economic agents in scientific and technological progress was developed. The simulation is based on differential equations with deviating argument when time delays can be taken into account. There are scenarios when a technologically backward agent has the opportunity to catch up with an advanced leading agent. Two main parameters of the model were determined. These are the time delay in the introduction of advanced technologies and the cooperation — isolation degree in the scientific and technical exchange. The importance of these parameters for economic growth is shown in the paper.

DOI: https://dx.doi.org/10.24866/2311-2271/2022-2/103-111

В соответствие с мировыми тенденциями современные динамические модели макроэкономического роста основываются на главном драйвере экономического процветания — научно-техническом прогрессе. Это различные модификации модельного подхода Solow [14] (Нобелевская премия 1989 г.), теории производственных функций типа Кобба–Дугласа [11]. Ограниченность ресурсов планеты, ускоренный научно–технический прогресс, информатизация, роботизация предполагают различные модификации классического подхода [2, 6, 8, 12, 13], где отдельно можно выделить динамическую модель эндогенного роста Romer [12, 13] (Нобелевская премия 2007 г.). В [12, 13] научно-технического прогресс является главным драйвером роста, что в значительной мере подтверждено практическими примерами динамики развития ряда стран во второй половине XX в., в частности Японии, Южной Кореи, Сингапура.

Современное развитие социально-экономической жизни происходит на фоне значительного научно-технического прогресса, усложнения и специализации отраслей на уровне государств, глобализации, ускоренного информационного обмена. Наличие больших баз данных, сетевых средств коммуникаций усиливают доступность использования научных результатов и технологий. Это изменило условия взаимодействия, где возникает новый фактор конкурентного преимущества — скорость усвоения и внедрения передовых технологий. Эффект временного запаздывания в процессе проведения научных разработок и внедрения новых технологий приводит к экономическому торможению.

Практическая проблема учёта эффекта временного запаздывания на отклик в технических системах привело к разработке универсальной теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом [1, 9, 10], которая применима к исследованию экономических процессов [4, 5, 7].

В данной работе строится динамическая модель взаимодействия двух экономических агентов с учётом временного запаздывания в процессе внедрения результатов научно-технического прогресса. Изначально задаётся, что один из агентов является отстающим и его цель догнать второго. Исследуется роль временного лага и эффекта кооперации с передовым агентом на динамику роста.

Модель роста научно-технического прогресса с учётом временных задержек

В рамках неоклассической мультипликативной производственной функции валовой выпуск продукции Y задается в виде [11]

$$Y = F(K, L) = A(t)K^{\alpha}L^{\beta},$$

где K, L — основные фонды и живой труд соответственно; $A(t) > 0$ — коэффициент научно-технического прогресса; α — эластичность по капиталу, β — эластичность по труду, $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$.

Здесь при моделировании для простоты предполагаем, что вложенные ресурсы K, L постоянны и одинаковы для всех участников рынка. Это означает, что объём выпуска продукции зависит только от уровня научно-технического прогресса. То есть от коэффициента $A(t)$, по-другому технологического коэффициента, который и является основным показателем роста экономики и параметром динамической модели.

Пусть на рынке два экономических агента, производящих монопродукт Y. Считаем, что ресурсные возможности обоих агентов равны, они различаются только технологическими коэффициентами $A_1(t), A_2(t)$. Индексы означают соответствующего агента. В этом случае разность этих коэффициентов $\delta(t) = A_2(t) - A_1(t)$ характеризует одновременно технологическое и экономическое отставание одного агента от другого. Зададим в модели, что первый агент в начальный момент времени является отстающим, т.е. догоняющей стороной с точки зрения научно-технического прогресса. Математически это можно записать в виде начальных условий

$$\Delta = A_2(0) - A_1(0) > 0, A_2(0) = A_0,\ A_1(0) = A_0 - \Delta. \tag{1}$$

В отличие от классического подхода, будем полагать, что догоняющий агент может запаздывать во времени с внедрением научных разработок и технологий, существующих на текущий момент, т.е. делает это с временной задержкой.

В приближении линеаризованной модели динамические уравнения роста технологических коэффициентов примем [4] следующую систему дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dt} = a_1 A_1(t-\gamma) + b_1 A_2(t-\tau), \\ \frac{dA_2}{dt} = b_2 A_1(t) + a_2 A_2(t). \end{cases} \tag{2}$$

Здесь a_1, a_2 — положительный коэффициенты технологического роста соответствующего агента за счёт собственных автономных ресурсов; b_1, b_2 — положительные коэффициенты роста за счёт внедрения внешних разработок, то есть другого агента. Коэффициенты b_1, b_2 можно интерпретировать как характеристики внедрения импортных технологий и уровень вовлечённости в международную научно-техническую кооперацию. Здесь важно, что величина b_1 показывает степень использования отстающим агентом 1 технологий передового агента 2. Наоборот, b_2 характеризует использование потенциала отстающего агента передовым. Из первого уравнения также видно, что догоняющий агент может отставать по времени на величину γ во внедрении собственных разработок в экономику. Также в модели задано временное запаздывание τ в использовании технических достижений передового агента.

Отметим, что отрицательное значение параметров $\gamma < 0, \tau < 0$ означает опережающее внедрение технологий.

Целью модельного исследования будет рассмотрение изменения во времени $\delta(t)$ — технологического отставания первого агента от агента 2.

Для аналитического анализа системы (2) сделаем предположение, что временные лаги задержек малы, тогда из разложения в ряд получаем приближенные выражения

$$A_1(t-\gamma) \approx A_1 - \frac{dA_1}{dt}\gamma,$$

$$A_2(t-\tau) \approx A_2 - \frac{dA_2}{dt}\tau.$$

Подставляя эти разложения в систему (2), получим

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dt} = \overline{a}A_1 + \overline{b}A_2, \\ \frac{dA_2}{dt} = b_2A_1 + a_2A_2, \end{cases} \tag{3}$$

Где обозначено $\overline{a} = \frac{a_1 - \tau b_1 b_2}{1+\gamma a_1}, \overline{b} = \frac{b_1 - \tau b_1 a_2}{1+\gamma a_1}$ — обобщенные коэффициенты скорости технологического роста первого агента с учётом временных задержек, $A_i = A_i(t)$. Из структуры коэффициентов правой части системы (3) видно, что временные запаздывания в процессе внедрения технологий γ, τ одновременно уменьшают оба линейных коэффициента $\overline{a},\ \overline{b}$ в правой части первого уравнения. Это означает, что запаздывание имеет отрицательный эффект на скорость роста коэффициента технологического прогресса отстающего агента. Причём временное запаздывание любого из параметров γ, τ ухудшается эффективность внедрения как собственных, так и заимствованных технологий, т.е. наблюдается мультипликативный эффект запаздывания.

Динамическая модель технологического роста сводится к анализу системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка (3) с начальными условиями (1), т.е. к классической задаче Коши, которая имеет общее аналитическое решение [3, с. 531]. В зависимости от комбинации входящих коэффициентов аналитическая структура решений разная.

С точки зрения экономики представляют интерес частные случаи, имеющие экономическую интерпретацию. Прежде всего сценарии, когда догоняющий агент 1 сокращает отставание или перегоняет лидирующего второго агента. С математической точки зрения это означает, что величина $\delta(t) = A_2(t) - A_1(t)$ во времени должна уменьшиться до нуля или ещё лучше стать отрицательной. Отрицательное отставание $\delta(t) < 0$ означает, что аутсайдер перегнал лидера.

Ниже представлены сценарии, которые условно расположены в эволюционном порядке таким образом, что каждый последующий отражает этапы технологического взаимодействия отстающих и передовых стран.

Сценарий 1. Условно этот сценарий можно назвать *“Отсечение от передовых технологий”*. У отстающего агента нет возможности использовать ресурсы и технологии передового, передовой агент использует ресурсы отстающего. В данном случае агент 1 типа колонии–лидера “обирает” отстающего. В этом случае $b_1 = 0, b_2 > 0$. Для этого сценария $\overline{a} = \frac{a_1}{1+\gamma a_1}$, причём понятно, что технологический прогресс у отстающего не лучше лидера, т.е. $\overline{a} \leq a_2$. Рассмотрим лучший для колонии случай, когда $\overline{a} = a_2 = a$, т.е. темпы роста технологий колонии и метрополии сравнялись. Имеем следующее решение

$$\begin{cases} A_1 = (A_0 - \Delta)e^{at}, \\ A_2 = ((A_0 - \Delta)b_2 t + A_0)e^{at}. \end{cases} \quad (4)$$

Из структуры решения видно, всегда выполняется неравенство

$$\delta(t) = A_2(t) - A_1(t) = ((A_0 - \Delta)b_1 t + \Delta)e^{at} > 0. \quad (5)$$

Это означает, что отстающему агенту 1 недостаточно поднять темпы внутреннего роста технологий до уровня лидера, чтобы ликвидировать отставание. Отстающий должен увеличить темпы роста технологий, т.е. достичь соотношения $\overline{a} > a_2$. Это можно сделать увеличением a_1 и уменьшением времени задержки γ, т.е. более быстрой реакцией на внедрении научно-технологических новшеств.

Отметим, что в данном сценарии нет способа ликвидировать отставание. Это аналог ситуации исторического технологического взаимодействия стран колоний и метрополий.

Сценарий 2. Условно здесь *“Отсеченный отстающий агент в активной технологической позиции”*. Здесь также агент 2 эксплуатирует ресурсы агента 1, отстающий также отрезан от использования технологий лидера. Отличие этого сценария от первого в том, что отстающий агент более активно ведет технологическое перевооружение, т.е. его скорость внедрения технологий выше, чем у агента 2. В модели получаем следующие параметры: $b_1 = 0, b_2 > 0$, $\overline{a} = \frac{a_1}{1+\gamma a_1}$, т.е. как в первом сценарии. Однако здесь выполняется неравенство $\overline{a} > a_2$. В данном случае получаем следующее решение для коэффициентов технологического роста

$$\begin{cases} A_1 = (A_0 - \Delta)e^{\overline{a}t}, \\ A_2 = \frac{A_0 - \Delta}{\overline{a} - a_2} b_2 e^{\overline{a}t} + \frac{A_0(\overline{a} - a_2) - (A_0 - \Delta)b_2}{\overline{a} - a_2} e^{a_2 t}. \end{cases} \quad (6)$$

Анализ параметра технологического отставания в данной ситуации показывает, что здесь важно, на сколько сильно агент 2 потребляет ресурсы отстающей стороны. Если выполняется условие $b_2 < \overline{a} - a_2$, то отстающий агент догоняет лидера. Для наглядности в частном тривиальном случае, когда $b_2 = 0$ система распадается на два уравнения, коэффициент технологического отставания имеет простой вид

$$\delta(t) = A_2(t) - A_1(t) = A_0 e^{a_2 t} - (A_0 - \Delta) e^{\overline{a} t}, \qquad (7)$$

откуда видно, что при $\overline{a} - a_2 > 0$ $\delta(t) \to 0$ во времени. Характерный масштаб времени, за которое произойдет ликвидация отставания, в данном сценарии имеет вид

$$t_* \sim \frac{1}{\overline{a} - a_2} \ln\left(\frac{A_0}{A_0 - \Delta} + \frac{b_2 \Delta}{(A_0 - \Delta)(\overline{a} - a_2 - b_2)}\right), \qquad (8)$$

в частном случае при $b_2 = 0$ для формулы (7) $t_* \sim \frac{1}{\overline{a} - a_2} \ln \frac{A_0}{A_0 - \Delta}$.

Таким образом, в данном сценарии за характерное время (8) агент 1 ликвидирует своё технологическое отставание при условии $\overline{a} - a_2 > b_2$. Причём это произойдёт тем быстрее, чем меньше начальное отставание, чем больше автономная скорость внедрения технологий и чем меньше лидер будет “эксплуатировать” ресурсы отстающего.

Сценарий 3. *Отстающий агент вовлекает технологии современного уровня и достигает темпов технологического развития агента* 2. В данном случае параметры системы (3) принимают следующие значения: $b_1 > 0, b_2 = 0, \overline{a} = \frac{a_1}{1 + \gamma a_1} = a_2 = a$. С учётом начальных условий (1) получаем следующее решение

$$\begin{cases} A_1 = (A_0 b_1 t + (A_0 - \Delta)) e^{at}, \\ A_2 = A_0 e^{at}. \end{cases} \qquad (9)$$

Этот сценарий благополучный, агент 1 обязательно догоняет и перегоняет лидера. Аналитические формулы для технологического отставания и времени, когда агент 1 сравняется по рассматриваемому показателю агента 2 и затем перегонит его, следующие

$$\delta(t) = (\Delta - A_0 b_1 t) e^{at}, \; t_* \sim \frac{\Delta}{A_0 b_1}. \qquad (10)$$

Условно этим сценарием можно интерпретировать развитие Японии после Второй мировой войны. Учитывая, что к началу 60-х годов прошедшего столетия Японии технологически догнала передовые страны, то есть порядок $t_* \sim 15$лет, относительное отставание порядка 50%, откуда $\frac{\Delta}{A_0} \sim \frac{1}{2}$ и имеем следующую оценку $b_1 \sim \frac{1}{30}$ год$^{-1}$.

Если отстающий агент начинает технологическое перевооружение и ускоренно внедряет современные технологии в собственную экономику, тогда модельные временные задержки становятся отрицательными, то есть $\gamma < 0, \tau < 0$ и выполняется $\overline{a} > a_2$. Это следующий сценарий.

Сценарий 4. *Отстающий агент внедряет современные технологии и обгоняет лидера в этом процессе.* Модельная версия данного сценария следующая: $b_1 > 0, b_2 = 0, \overline{a} > a_2$. Ниже удобно для простоты записи и восприятия формул ввести следующий обозначение $k = \frac{b_1}{\overline{a} - a_2} > 0$. Решение в этом случае будет иметь вид

$$\begin{cases} A_1 = (A_0 - \Delta + k\, A_0)e^{\overline{a}t} - kA_0 e^{a_2 t}, \\ A_2 = A_0 e^{a_2 t}. \end{cases} \tag{11}$$

Из (11) легко получить вид формул для функции технологического отставания и времени, за которое отстающий агент перейдёт в статус “лидера”. Получаем

$$\delta(t) = A_0(1+k)e^{a_2 t} - A_0(1 + k - \frac{\Delta}{A_0})e^{\overline{a}t},$$
$$t_* \sim \frac{1}{\overline{a} - a_2} \ln \frac{A_0(1+k)}{A_0(1+k) - \Delta}. \tag{12}$$

Здесь интересно сравнить характерные времена t_* для сценария 3 и сценария 4 по формулам (10) и (12) соответственно. В сценарии 3 главным параметром, определяющим время компенсации отставания t_*, является скорость вовлечения передовых технологий b_1. В четвёртом сценарии это время характеризуется разностью скоростей освоения технологий агента 1 и агентом 2, т.е. величиной $\overline{a} - a_2$.

Сценарий 5. *Симметричный сценарий в условиях современных цифровых коммуникаций и активного информационного обмена технологиями.* Этот сценарий возможного недалёкого будущего соответствует следующему модельному случаю: $b_1 = b_2 = b$, $\overline{a} = a_2 = a$. Решение системы (3) с начальными условиями (1) будет иметь вид

$$\begin{cases} A_1 = \left(A_0 - \frac{\Delta}{2}\right) e^{(a+b)t} - \frac{\Delta}{2} e^{(a-b)t}, \\ A_2 = \left(A_0 - \frac{\Delta}{2}\right) e^{(a+b)t} + \frac{\Delta}{2} e^{(a-b)t}, \end{cases} \tag{13}$$

Откуда функция технологического отставания отстающего агента от агента 2

$$\delta(t) = \Delta e^{(a-b)t}. \tag{14}$$

Здесь выделяется два случая:

1. Случай “слабого” обмена технологиями, $(a - b) > 0$. Здесь технологическая кооперация незначительная, автономные технологии превалируют. В этом случае отставание ликвидировать не удаётся.

2. Случай “сильного” обмена технологиями, $(a - b) < 0$. В данной ситуации коэффициент скорости обмена технологиями превышает скорость автономного роста, между агентами условно “технологический тандем”. В этом случае технологические уровни выравниваются за характерный масштаб времени $t_{*} \sim (\mathrm{b} - \mathrm{a})^{-1}$, причём в дальнейшем оба агента остаются на одинаковом технологическом уровне, никто никого не обгоняет, в результате “всеобщее экономическое равенство”.

Заключение

Подход моделирования макроэкономических процессов при ускоряющихся темпах роста научно-технического прогресса предполагает учёт эффекта быстроты реагирования во внедрении новых технологий в экономику. Модельно это позволяют делать динамические системы, основанные на дифференциальных уравнениях с отклоняющимися аргументами. В данном исследовании представлен подход, демонстрирующий важность временных задержек и кооперации в процессе внедрения и обмена технологиями. Безусловно, что представленные результаты в рамках линеаризованных случаев носят качественный характер, но данный математический подход легко обобщается на численные эксперименты с заданием статистических макроэкономических данных по динамике быстро развивающихся стран, прежде всего юго-восточной Азии.

Список источников

1. Бекларян Л.А. Введение в качественную теорию функционально-дифференциальных уравнений и их приложения. — М.: ЦЭМИ РАН, 2004. — 147 с.

2. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. — М.: Наука, 1976. — 288 с.

3. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Иностранная литература, 1976. — 576 с.

4. Кильматов Т.Р. Моделирование временного запаздывания в динамических экономических системах // Вестник ДВГАЭУ. 2003. № 2. С. 81–87.

5. Кильматов Т.Р., Стасюк В.В. Влияние временного запаздывания на устойчивость динамически экономических систем // Системы управления и информационные технологии. 2005. № 3 (20). С. 98–101.

6. Кильматов Т.Р. Оптимизация распределения трудовых ресурсов между регионами с разными природными потенциалами // Экономика и математические методы. 2009. № 45 (3). С. 68–71.

7. Кильматов Т.Р. Временной лаг как фактор потери устойчивости экономической системы // Экономика и математические методы. 2013. № 49 (3). С. 120–122.

8. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — М.: Физматлит, 2001. — 316 с.

9. Эльсцгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. — М.: Наука, 1971. — 296 с.

10. Bellman R. On the Existence and Boundedness of Solutions Differential-Difference Equations // Annals of Mathematics. 1949. Vol. 50. No. 2. P. 347–355. — DOI: 10.2307/1969460.

11. Cobb C.W., Douglas P.H. A Theory of Production // American Economic Review. 1928. P. 139–165.

12. Romer P. Human Capital and Growth: Theory and Evidence // Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Elsevier. 1989. Vol. 32. No. 1. P. 251–286.

13. Romer P. Endogenous technological change // Journal of Political Economy. 1990. Vol. 98. No. 5. P. 71–102.

14. Solow R.M. Contribution to the Theory of Economic Growth // The Quarterly Journal of Economics. 1956. Vol. 70. No. 1. P. 65–94.

Сведения об авторах / About authors

Кильматов Талгат Рустемович, доктор физико-математических наук, профессор, департамент управления на основе данных (Data Driven Management Department) Школы экономики и менеджмента, Дальневосточный федеральный университет. 690620 Приморский край, г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс, 10. E-mail: *kilmatov.tr@dvfu.ru*.

Talgat R. Kilmatov, Dr. in Physics and Mathematical Sciences, Professor, Data Driven Management Department of School of Economics and Management, Far Easter Federal University. Bld. G, FEFU Campus, Vladivostok, Russia, 690620. E-mail: *kilmatov.tr@dvfu.ru.*

© Кильматов Т.Р., 2022
© Kilmatov T.R., 2022

Адрес сайта в сети интернет: http://jem.dvfu.ru